年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、以下のとおりとする。
- 「被保険者」とは、在職中の者をいう。
- 「受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう。
- 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう。
- 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう。
- 「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう。
- 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年 1 回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年１回期初払いとする。なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない。

次の（１）～（２０）について各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。（各５点）

（1）定常状態に達している Trowbridge モデルの年金制度において、次の各財政方式における積立金の説明のうち正しいものの番号の組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、新規加入年齢を x_e 、定年年齢を x_r とし、予定利率を i 、 $v=\dfrac{1}{1+i}$ とする。

①加入時積立方式
　被保険者（ x_e 歳の者を除く）の給付現価に v を乗じた額と受給権者の給付現価の合計

②退職時年金現価積立方式
　受給権者（ x_r 歳の者を除く）の給付現価

③単位積立方式
　被保険者の過去の被保険者期間に対応する給付現価と受給権者の給付現価の合計

④平準積立方式
　被保険者の過去の保険料の元利合計と受給権者の給付現価の合計

（A） ①と②　**（B）** ①と③　**（C）** ①と④　**（D）** ②と③　**（E）** ②と④
（F） ③と④　**（G）** ①と②と③　**（H）** ①と②と④　**（I）** ①と③と④　**（J）** ②と③と④
（K） いずれにも該当しない

（２）25 歳の給与が 200,000 円である被保険者について、35 歳時点の給与を動態的昇給率に基づいて予測したところ 300,000 円であった。この動態的昇給率が、以下の x 歳における給与指数 b_x をもつ静態的昇給率を基礎としている場合、k に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、ベース・アップ等の要因による昇給率は 2.5%とする。また、ベース・アップ等の要因による昇給率を r とした場合、x 歳における静態的昇給率 R_x を基礎とする動態的昇給率は $(1+R_x)\times(1+r)-1$ とする。

$$b_x = \begin{cases} 1 & (x<15) \\ 1+k\cdot(x-15) & (x\geq 15) \end{cases}$$

（A） 0.011　（B） 0.013　（C） 0.015　（D） 0.017　（E） 0.019
（F） 0.021　（G） 0.023　（H） 0.025　（I） 0.027　（J） 0.029

（３）脱退時に最終給与に比例する給付を支払い、保険料もまた給与比例で積み立てる制度を考える。x 歳で加入し、t 年経過した被保険者における責任準備金と、x 歳で加入し、$t+1$ 年経過した被保険者における責任準備金の関係を表しているものとして、最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、各記号の意味は以下のとおりである。

b_{x+t} ： x 歳で加入し、t 年経過した被保険者における給与指数
${}_tV_x$ ： x 歳で加入し、t 年経過した被保険者における給与 1 に対する責任準備金
l_{x+t} ： x 歳で加入した被保険者の t 年経過した時点における残存者数
d_{x+t} ： x 歳で加入した被保険者の t 年経過した時点から 1 年間における脱退者数
$\alpha_{t+1/2}$ ：t 年経過した時点から 1 年間の脱退者に支払う給与 1 に対する給付（年央の給付を想定）
P_x ： x 歳で加入した被保険者における給与 1 に対する標準保険料（年初の払い込みを想定）

（A） ${}_{t+1}V_x = (b_{x+t+1}/b_{x+t})(l_{x+t+1}/l_{x+t})\times\{(1+i)({}_tV_x+P_x)-(1+i)^{1/2}(d_{x+t}/l_{x+t})\alpha_{t+1/2}\}$

（B） ${}_{t+1}V_x = (b_{x+t+1}/b_{x+t})(l_{x+t+1}/l_{x+t})\times\{(1+i)({}_tV_x+P_x)+(1+i)^{1/2}(d_{x+t}/l_{x+t})\alpha_{t+1/2}\}$

（C） ${}_{t+1}V_x = (b_{x+t+1}/b_{x+t})(l_{x+t}/l_{x+t+1})\times\{(1+i)({}_tV_x+P_x)-(1+i)^{1/2}(d_{x+t}/l_{x+t})\alpha_{t+1/2}\}$

（D） ${}_{t+1}V_x = (b_{x+t+1}/b_{x+t})(l_{x+t}/l_{x+t+1})\times\{(1+i)({}_tV_x+P_x)+(1+i)^{1/2}(d_{x+t}/l_{x+t})\alpha_{t+1/2}\}$

（E） ${}_{t+1}V_x = (b_{x+t}/b_{x+t+1})(l_{x+t}/l_{x+t+1})\times\{(1+i)({}_tV_x+P_x)-(1+i)^{1/2}(d_{x+t}/l_{x+t})\alpha_{t+1/2}\}$

（F） ${}_{t+1}V_x = (b_{x+t}/b_{x+t+1})(l_{x+t}/l_{x+t+1})\times\{(1+i)({}_tV_x+P_x)+(1+i)^{1/2}(d_{x+t}/l_{x+t})\alpha_{t+1/2}\}$

（G） ${}_{t+1}V_x = (b_{x+t}/b_{x+t+1})(l_{x+t+1}/l_{x+t})\times\{(1+i)({}_tV_x+P_x)-(1+i)^{1/2}(d_{x+t}/l_{x+t})\alpha_{t+1/2}\}$

（H） ${}_{t+1}V_x = (b_{x+t}/b_{x+t+1})(l_{x+t+1}/l_{x+t})\times\{(1+i)({}_tV_x+P_x)+(1+i)^{1/2}(d_{x+t}/l_{x+t})\alpha_{t+1/2}\}$

（4）2 つの年金制度 A, B があり、それぞれの制度における死力は、$\mu_x^A = \dfrac{1}{a-x}$ $(x<a)$, $\mu_x^B = \dfrac{1}{2a}$ $(x<\omega)$ で表されることがわかっている。制度 A, B における平均寿命が等しいとき、制度 B における最終年齢 ω として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
なお、$\log$ は自然対数を表す。

（A） a （B） $\dfrac{3}{2}a$ （C） $\dfrac{4}{3}a$ （D） $\dfrac{5}{4}a$ （E） $a\log 2$
（F） $a\log\dfrac{4}{3}$ （G） $a\log\dfrac{5}{4}$ （H） $2a\log 2$ （I） $2a\log\dfrac{4}{3}$ （J） $2a\log\dfrac{5}{4}$

（5） $\displaystyle\sum_{t=0}^{n-1}\sum_{s=t}^{n-1}\frac{C_{x+t}v^{n-s-1}}{D_x}$ と等しいものとして最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

なお、予定利率を i として、$v=\dfrac{1}{1+i}$、$C_x = v^{x+1}d_x$、$D_x = v^x l_x$ とする。

（A） $\ddot{a}_{\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ （B） $\ddot{a}_{\overline{n}|} - v\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ （C） $\ddot{a}_{\overline{n}|} - a_{x:\overline{n}|}$ （D） $\ddot{a}_{\overline{n}|} - va_{x:\overline{n}|}$ （E） $a_{\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$
（F） $a_{\overline{n}|} - v\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ （G） $a_{\overline{n}|} - a_{x:\overline{n}|}$ （H） $a_{\overline{n}|} - va_{x:\overline{n}|}$

（6）保険料と給付が年 1 回期初払いの年金制度において、n 年度末に定常状態にあるものとする。この年金制度において、$n+1$ 年度の運用利回りが予定利率を 1.0%下回ったため、$n+1$ 年度末に積立不足が 20 発生した。$n+1$ 年度の運用利回りとして、最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、この年金制度の保険料収入は 200、給付は 300 であるものとする。

（A） 3.0% （B） 3.2% （C） 3.4% （D） 3.6% （E） 3.8%
（F） 4.0% （G） 4.2% （H） 4.4% （I） 4.6% （J） 4.8%

（7）保険料と給付が年 1 回期初払いで定常状態にある年金制度において、保険料を $1+\alpha$ 倍に引き上げ 10 年間払い込むことにより、積立金の利息収入だけで給付が賄えるようになった。また、その翌年度から保険料の払い込みを行わない状態で再び定常状態になったとする。なお、保険料を引き上げた 10 年間において、定常人口は維持されているものとする。
このとき、α に最も近い数値を選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、予定利率は 5%とする。

（A） 0.8 （B） 0.9 （C） 1.0 （D） 1.1 （E） 1.2
（F） 1.3 （G） 1.4 （H） 1.5 （I） 1.6 （J） 1.7

（8）ある企業はポイント制の退職給付制度を実施している。標準保険料は年間付与ポイントに標準保険料率を乗じた額（開放型総合保険料方式については、保険料は年間付与ポイントに保険料率を乗じた額）とするとき、加入年齢方式による標準保険料率は 0.1、開放基金方式による標準保険料率は 0.12、開放型総合保険料方式による保険料率は 0.14 となった。また、在職中の被保険者の給与現価は、将来加入が見込まれる被保険者の給与現価の 1.5 倍であった。この企業はある年度において、将来加入する被保険者の見込みを現在の 2 倍とするとともに、将来の年間付与ポイントを 2 倍に引き上げた。（過去期間対応分の給付現価は変動がない。）この年の開放型総合保険料方式による保険料率は 0 . $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$ となる。a、b、c にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。（計算結果は小数点以下第 4 位を四捨五入し小数点以下第 3 位まで求めなさい。）なお、将来加入する被保険者の見込みを除き、この制度変更に伴う基礎率等の変更はないものとする。

（9）ある年金制度の平成 24 年度末の貸借対照表、平成 24 年度の損益計算書は以下のとおりである。平成 24 年度の利差益（運用収益と予定利率による予定運用収益との差）として、最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

なお、この年金制度は、保険料は年 1 回期初払い、給付は年 1 回期末払いであり、予定利率は 5.0%、加入年齢方式を採用しており、特別保険料を設定していない。また、平成 24 年度においては、積立金の実際の運用利回りが予定利率と異なったことを除いて、計算基礎率通り推移した。

平成 24 年度末の貸借対照表

積立金	4,700	責任準備金	5,500
未積立債務	800		
	5,500		5,500

平成 24 年度の損益計算書

給付金	800	標準保険料収入	α
当年度剰余金	461	運用収益	β
平成 24 年度末責任準備金	5,500	平成 23 年度末責任準備金	5,000
	6,761		6,761

（A） 235　（B） 264　（C） 281　（D） 357　（E） 412
（F） 461　（G） 478　（H） 524　（I） 678　（J） 761

（１０）次の①～⑤について、誤っているものの番号の組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。

① $a_x > a_{\overline{e_x|}}$ （なお、$e_x = \dfrac{1}{l_x}(l_{x+1} + l_{x+2} + \cdots\cdots)$ （x 歳の略算平均余命）とする。）

② ${}_{y-x|}\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \dfrac{N_y - N_{y+n}}{D_x}$ （なお、$y \geq x$ とする。）

③ $\bar{a}_{\overline{xy}} = \bar{a}_x + \bar{a}_y - \bar{a}_{xy}$

④ $(D\ddot{a})_{x:\overline{n|}} = \sum_{t=1}^{n} (n-t) v^{t-1}{}_{t-1}p_x$

⑤ $(I_{\overline{n|}}a)_x = \dfrac{S_{x+1} - S_{x+n+1}}{D_x}$

（A）①と②　（B）②と③　（C）③と④　（D）④と⑤　（E）①と④
（F）②と⑤　（G）①と②と③　（H）②と③と④　（I）③と④と⑤　（J）①と③と⑤
（K）いずれにも該当しない

（１１）$\bar{a}_x = A$ （定数）としたとき、$\bar{a}_{x,x+1}$ と等しくなるものとして最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。ただし、死力$= k$ （定数）とし、利力（定数）> 0 であるとする。

（A） $A(1-k)$　（B） $\dfrac{A}{2}$　（C） $\dfrac{A}{Ak+1}$　（D） $\dfrac{A}{k+1}$
（E） $\dfrac{A}{k(A+1)}$　（F） Ae^{-k}　（G） Ae^{-k-1}　（H） kAe^{-k}
（I） $A(1-e^{-k})$　（J） いずれにも該当しない

（１２）ある年金制度が発足するにあたり、財政方式の異なる保険料率や責任準備金について次の関係式があったとする。なお、当該制度発足時には受給権者は存在せず、積立金はないものとし、発足時の被保険者については過去勤務期間を通算して給付を行うものとする。

・閉鎖型総合保険料方式の保険料率 ${}^{C}P$ は到達年齢方式の標準保険料率 ${}^{A}P$ のちょうど3倍

・加入年齢方式による責任準備金 ${}^{E}V$ は単位積立方式による責任準備金 ${}^{U}V$ よりも12.5% 大きい

・加入年齢方式の標準保険料率 ${}^{E}P=0.15$

このとき、到達年齢方式の標準保険料率 ${}^{A}P$ は $\boxed{a}$. $\boxed{b}\boxed{c}$ となる。a 、b 、c にそれぞれ当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。（計算結果は小数点以下第 3 位を四捨五入し小数点以下第 2 位まで求めなさい。）

（１３）ある年金制度において財政再計算を行ったところ、次の諸数値が得られた。期初未積立債務の50%相当額を期初払いで償却し、その後は前年度末未積立債務の 50%相当額を期初払いで償却することとする。ただし、前年度末未積立債務が当年度標準保険料を下回った場合は、当年度に未積立債務の全額を償却することとする。

財政方式として加入年齢方式を採用した場合と開放基金方式を採用した場合において、どちらの財政方式が何年早く未積立債務を全額償却するか､最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。ただし、未積立債務の全額を償却するまでの間、給与総額は変化しないものとし、未積立債務の利息以外の後発債務は発生しないものとする。なお、標準保険料率は小数点以下第４位を四捨五入し小数点以下第３位までとしたものを用いることとし､保険料の払い込みは年１回であるものとする。

項目		金額（千円）
S^{p}	年金受給権者の給付現価	1,000,000
S^{a}_{PS}	在職中の被保険者の過去の被保険者期間に対応する給付現価	2,000,000
S^{a}_{FS}	在職中の被保険者の将来の被保険者期間に対応する給付現価	3,000,000
S^{f}	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	3,000,000
G^{a}	在職中の被保険者の給与現価	19,000,000
G^{f}	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	41,000,000
F	積立金残高	2,500,000
i	予定利率	3.0%
－	給与総額（年間）	1,100,000

（Ａ）　加入年齢方式の方が 4 年早い　　（Ｂ）　加入年齢方式の方が 3 年早い
（Ｃ）　加入年齢方式の方が 2 年早い　　（Ｄ）　加入年齢方式の方が 1 年早い
（Ｅ）　開放基金方式の方が 1 年早い　　（Ｆ）　開放基金方式の方が 2 年早い
（Ｇ）　開放基金方式の方が 3 年早い　　（Ｈ）　開放基金方式の方が 4 年早い
（Ｉ）　同じ年数である　　（Ｊ）　いずれにも該当しない

（１４）Trowbridge モデルの年金制度を開放基金方式で運営した場合と平準積立方式で運営した場合での、定常状態における積立金の差を表す算式が次の①～⑧のうち 2 つある。その番号の組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、${}^{L}P$ は平準積立方式における保険料、 $l_x^{(T)}$ は x 歳における残存者数を表すものとする。

① $$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left(\frac{x - x_e}{x_r - x_e} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^{L}P \cdot \sum_{y=x_e+1}^{x-1} D_y / D_x \right)$$

② $$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left(\frac{x - x_e}{x_r - x_e} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^{L}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x-1} D_y / D_x \right)$$

③ $$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left(\frac{x - x_e}{x_r - x_e} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_{x_e}} - {}^{L}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x-1} D_y / D_{x_e} \right)$$

④ $$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \frac{l_x^{(T)} \cdot {}^{L}P}{D_x} \cdot \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y - \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \cdot \sum_{y=x_e+1}^{x_r-1} D_y \right)$$

⑤ $$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \frac{l_x^{(T)} \cdot {}^{L}P}{D_{x_e}} \cdot \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y - \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \cdot \sum_{y=x_e+1}^{x_r-1} D_y \right)$$

⑥ $$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} \frac{l_x^{(T)} \cdot {}^{L}P}{D_{x_e}} \cdot \left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y - \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \cdot \sum_{y=x_e}^{x_r-1} D_y \right)$$

⑦ $$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \frac{N_{x_r}}{D_x} \cdot \left(\frac{N_x - N_{x_r}}{N_{x_e} - N_{x_r}} - \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \right)$$

⑧ $$\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \frac{N_{x_r}}{D_{x_e}} \cdot \left(\frac{N_x - N_{x_r}}{N_{x_e} - N_{x_r}} - \frac{x_r - x}{x_r - x_e} \right)$$

（A）①と⑤　（B）①と⑥　（C）①と⑧　（D）②と④　（E）②と⑦　（F）③と⑤
（G）③と⑧　（H）④と⑦　（I）⑤と⑦　（J）⑥と⑧　（K）いずれにも該当しない

（１５）定常人口のもとにある給与比例制の年金制度のt年度末の諸数値は以下のとおりである。なお、財政方式は加入年齢方式とし、保険料と給付は年１回期初払いとする。

項目		金額（百万円）
S^p	年金受給権者の給付現価	800
S^a	在職中の被保険者の給付現価	1,500
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	2,400
G^a	在職中の被保険者の給与現価	2,800
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	24,000
F	積立金残高	1,100
i	予定利率	3%
$\ddot{a}_{\overline{10}\vert}$	10 年償却の年金現価率	8.79

t年度末の未積立債務について、10 年間の定額償却で特別保険料を拠出しようとしたところ、想定よりも保険料が小さかったため、特別保険料を以下の前提で拠出することとした。

・$t+n(n \geq 0)$ 年度末の未積立債務のx%を翌年度初の特別保険料として拠出する。（ただし、xは整数とする。また、特別保険料は千円未満四捨五入とする。）

・$t+1$年度初の特別保険料が、10 年間の定額償却で計算した特別保険料の 2 倍以上となる最小のxとなるように償却割合x%を設定する。

$t+n$年度初の特別保険料が初めて 10 年間の定額償却で計算した特別保険料を下回るとき、nの値として最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、未積立債務の利息以外の後発債務は発生しないものとする。

（A） 2	（B） 3	（C） 4	（D） 5	（E） 6
（F） 7	（G） 8	（H） 9	（I） 10	（J） 11

（１６）ある年金制度が財政再計算を行ったところ、諸数値は以下の状況であった。なお、この制度の給付は最終給与比例制であり、財政方式は開放基金方式を使用している。

項目		金額（百万円）
S^p	年金受給権者の給付現価	6,000
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の被保険者期間に対応する給付現価	8,000
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の被保険者期間に対応する給付現価	11,100
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	12,000
G^a	在職中の被保険者の給与現価	15,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	20,000
F	積立金残高	10,000
i	予定利率	5.5%
$\ddot{a}_{\overline{10\vert}}$	10 年償却の年金現価率	7.95
－	給与総額（年間）	1,950

この制度はこれまで標準保険料のみの設定であったが、財政再計算を行ったところ特別保険料の設定が必要であり、給付水準を引き下げる制度変更を行わなければ保険料の拠出負担に耐えられないことが分かった。
このため、在職中の被保険者及び将来の被保険者の給付水準を一律 x %引き下げる制度変更を行い、制度変更後の保険料率合計が制度変更前の標準保険料率と同一となるようにした。但し、特別保険料率は、未積立債務を 10 年間の元利均等償却で拠出するものとして計算する。
このとき、x の値として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

（A） 16　（B） 17　（C） 18　（D） 19　（E） 20
（F） 21　（G） 22　（H） 23　（I） 24　（J） 25

（１７）定常人口に達した年金制度があり、被保険者の構成は下表のとおりとなっている。

いま、この年金制度の母体企業の給与体系に変更があり、計算基準日の各被保険者の給与に変動はないものの、将来の昇給見込（昇給幅）が概ね従前の 50%となることがわかった。このため、再計算を行い、x 歳における給与指数 b_x を以下のように見直した。（予定脱退率・予定新規加入年齢については変更しなかった。）

再計算前の給与指数：$b_x = 1 + k \cdot (x - x_e)$　　x_e は予定新規加入年齢：40 歳

再計算後の給与指数：$b'_x = 1 + 0.5k \cdot (x - x_e)$

再計算前後における、予定新規加入者一人あたりの給与の見込みの増減率として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

なお、この年金制度では財政方式に開放基金方式を採用しており、財政運営上の予定新規加入者の見込みは、計算基準日における被保険者数および給与の総額の集団を定常人口にあるものと仮定し、以降の脱退および昇給が基礎率通りに推移するとした場合に、その被保険者数および給与総額が、計算基準日時点と同じになるように毎年の新規加入者数およびその給与を見込んでいる。

年齢	被保険者数（人）	一人あたり給与（円）	被保険者数×給与（円）
40	1,000	200,000	200,000,000
41	930	220,000	204,600,000
42	860	240,000	206,400,000
43	790	260,000	205,400,000
44	720	280,000	201,600,000
45	650	300,000	195,000,000
46	580	320,000	185,600,000
47	510	340,000	173,400,000
48	440	360,000	158,400,000
49	370	380,000	140,600,000
（計）	6,850	—	1,871,000,000

（A）＋20%　（B）＋18%　（C）＋16%　（D）＋14%　（E）＋12%
（F）＋10%　（G）＋8%　（H）＋4%　（I）　0%　（J）－5%

（１８）定年退職者のみに対し最終給与比例制による年金を支払う年金制度に関する①～⑥の記述について、誤っているものの番号の組み合わせとして最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、財政方式としては、加入年齢方式を採用している。

① 予定脱退率を見直したことにより、脱退率が若年齢層で低下する一方、高年齢層では上昇したため、予定新規加入年齢から定年年齢までの残存率が変わらなかった。この場合、標準保険料率は変動しない。

② 給与指数を見直した結果、変更前後の給与指数は以下の式のようになった。

再計算前の給与指数：$b_x = k \cdot (x - x_e) + 1$　　x_eは予定新規加入年齢

再計算後の給与指数：$b'_x = l \cdot (x - x_e) + 1$

このとき、$0 < k < l$であるなら、標準保険料率は上昇する。

③ 給与指数を見直したことにより、その傾きが若年齢層で大きくなる一方、高年齢層では小さくなったため、予定新規加入年齢の給与指数に対する定年年齢の給与指数の比率が変わらなかった。このとき、標準保険料率は低下する。

④ 給与を一律 2 倍とし、給付率を一律 0.5 倍とした場合、給付額は不変であるため、標準保険料率、責任準備金ともに変動しない。

⑤ 予定新規加入年齢を変動させた場合、標準保険料率は変動するが、責任準備金は変動しない。

⑥ 給付内容を変更し、一定年齢以上の中途退職者（死亡退職以外）にも給付を行うこととしたが、当該一定年齢以上の年齢の予定脱退率がすべて 0 である場合、標準保険料率・責任準備金ともに変動しない。

（A）①と②と④　（B）①と④と⑤　（C）②と③と⑤　（D）②と③と⑥
（E）③と④と⑤　（F）③と④と⑥　（G）①と②と③と⑤　（H）①と②と④と⑤
（I）①と③と④と⑤　（J）①と④と⑤と⑥　（K）②と③と⑤と⑥　（L）③と④と⑤と⑥
（M）いずれにも該当しない

（１９）勤続年数に 10 を乗じた額を脱退時に一時金として給付する制度が定常状態に達しているとする。期初 y 歳の従業員（l_y 名）の予定脱退者数は d_y 名であるが、ある年度において、期初 y 歳の従業員の脱退がなかった。期末で発生する剰余金（マイナスの場合は不足金）として最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。ただし、予定利率を i 、予定新規加入年齢を x_e 、一人あたりの標準保険料を P （期初払）、期初 y 歳の者一人あたりの責任準備金を V_y とし、財政方式は加入年齢方式とする。なお、当該年齢における従業員の残存によるもの以外の剰余または不足は発生していないものとし、脱退は期末でのみ発生するものとする。

（A）$\dfrac{d_y l_y}{l_y - d_y}\left(10(y+1-x_e)-(1+i)\left(V_y+P\right)\right)$

（B）$\dfrac{d_y}{l_y - d_y}\left(10(y+1-x_e)-(1+i)\left(V_y+P\right)\right)$

（C）$\dfrac{d_y l_y}{l_y - d_y}\left(10(y+1-x_e)-(1+i)\left(V_{y+1}+P\right)\right)$

（D）$\dfrac{d_y}{l_y - d_y}\left(10(y+1-x_e)-(1+i)\left(V_{y+1}+P\right)\right)$

（E）$10d_y(y+1-x_e)-\dfrac{d_y l_y}{l_y - d_y}(1+i)(V_y+P)$

（F）$d_y\left(10(y+1-x_e)-V_y\right)$

（G）$d_y\left(10(y+1-x_e)-(1+i)V_y\right)$

（H）$d_y\left(10(y+1-x_e)-(1+i)(V_y+P)\right)$

（I）$10d_y(y+1-x_e)$

（J）いずれにも該当しない

（２０）ある年金制度における被保険者集団の死亡率が低下傾向にあり、死亡率の改善を計算に織り込むことにした。この制度の x 歳における平均余命は前回の財政再計算時点から α 歳伸びていることがわかっており、財政再計算後の平均余命の理論値にこの伸長分を反映できるよう死亡率に一定率を乗じて死亡率の改善を計算に織り込むこととした。死亡率改善を織り込んだ x 歳の被保険者の即時支給開始年 1 回期初払い終身年金現価率を表す算式として、最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、x 歳以降は死亡による脱退以外は発生せず、改善前の死亡率は年齢によらず q $(0<q<1)$ であった。また、予定利率を i 、$v=\dfrac{1}{1+i}$ とし、平均余命は略算平均余命 $(e_x=\dfrac{1}{l_x}(l_{x+1}+l_{x+2}+\cdots\cdots))$ によるものとする。

（A） $\dfrac{1+\alpha q}{(1-v)(1+\alpha q)+vq}$　　（B） $\dfrac{1-\alpha q}{(1-v)(1-\alpha q)+vq}$

（C） $\dfrac{1+\alpha q}{(1-v)(1-\alpha q)+vq}$　　（D） $\dfrac{1-\alpha q}{(1-v)(1+\alpha q)+vq}$

（E） $\dfrac{(1+\alpha)(1-\alpha q)}{(1-v)(1-\alpha q)+v(1+\alpha)q}$　　（F） $\dfrac{(1-\alpha)(1+\alpha q)}{(1-v)(1+\alpha q)+v(1-\alpha)q}$

（G） $\dfrac{1+\alpha(1-q)}{(1-v)\{1+\alpha(1-q)\}+v(1+\alpha)q}$　　（H） $\dfrac{1-\alpha(1-q)}{(1-v)\{1-\alpha(1-q)\}+v(1-\alpha)q}$

（I） $\dfrac{1+\alpha(1-q)}{(1-v)\{1-\alpha(1-q)\}+v(1+\alpha)q}$　　（J） $\dfrac{1-\alpha(1-q)}{(1-v)\{1+\alpha(1-q)\}+v(1-\alpha)q}$

以上

年金数理（解答例）

（１）①加入時積立方式における積立金は、被保険者（x_e 歳の者を除く）の給付現価と受給権者の給付現価の合計（教科書 P68 参照）。よって、誤り。

②退職時年金現価積立方式における積立金は、受給権者（x_r 歳の者を除く）の給付現価（教科書 P64 参照）。よって正しい。

③単位積立方式における積立金は、被保険者の過去の被保険者期間に対応する給付現価と受給権者の給付現価の合計（教科書 P66 参照）。よって正しい。

④平準積立方式における積立金は、被保険者の過去の保険料の元利合計と受給権者の給付現価の合計（教科書 P68 参照）。よって正しい。

⇒②、③、④が正しい。

よって、解答は（**J**）

（２）

動態的昇給率による給与指数は $b'_x = b_x \cdot (1+r)^{x-15}$ とかけるから、

$\dfrac{300{,}000}{200{,}000} = \dfrac{b_{35}}{b_{25}} \cdot (1+r)^{10} = \dfrac{1+20k}{1+10k} \cdot 1.025^{10}$　これを整理して、$\dfrac{1.5}{1.025^{10}} = 2 - \dfrac{1}{1+10k}$、

$$1+10k = \frac{1}{2-\dfrac{1.5}{1.025^{10}}} = 1.2074...$$

$$k = 0.02074....$$

よって、解答は（**F**）

（３）教科書 P137～139 より、解答は（**E**）

（４）年金制度 A, B の x 歳における人数をそれぞれ l_x^A, l_x^B で表すと、

$$l_x^A = l_0^A e^{\int_0^x (-\mu_y^A) dy} = l_0^A e^{\log(a-x)/a} = l_0^A (a-x)/a$$

$$l_x^B = l_0^B e^{\int_0^x (-\mu_y^B) dy} = l_0^B e^{-\frac{x}{2a}}$$

ここから、年金制度 A, B における平均寿命 $\mathring{e}_A, \mathring{e}_B$ は、

$$\mathring{e}_A=\frac{\int_0^a l_x^A dx}{l_0^A}=\frac{a}{2} \quad 、\quad \mathring{e}_B=\frac{\int_0^\omega l_x^B dx}{l_0^B}=2a(1-e^{-\frac{\omega}{2a}})$$

$\mathring{e}_A=\mathring{e}_B$を解くと、$\omega=2a\log\frac{4}{3}$。

よって、解答は（**I**）

（5）

$$\sum_{s=t}^{n-1}v^{n-s-1}=v^{n-t-1}+v^{n-t-2}+\cdots+v+1=\ddot{a}_{\overline{n-t|}}$$

$$\frac{C_{x+t}}{D_x}=\frac{v^{x+t+1}(l_{x+t}-l_{x+t+1})}{D_x}=\frac{vD_{x+t}-D_{x+t+1}}{D_x}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n-t|}}=1+v+v^2+\cdots+v^{n-t-1}=1+v\ddot{a}_{\overline{n-t-1|}}$$

$$\therefore\sum_{t=0}^{n-1}\sum_{s=t}^{n-1}\frac{C_{x+t}v^{n-s-1}}{D_x}=\sum_{t=0}^{n-1}\frac{vD_{x+t}\ddot{a}_{\overline{n-t|}}-D_{x+t+1}\ddot{a}_{\overline{n-t|}}}{D_x}=\sum_{t=0}^{n-1}\frac{vD_{x+t}\ddot{a}_{\overline{n-t|}}-D_{x+t+1}(1+v\ddot{a}_{\overline{n-t-1|}})}{D_x}$$

$$=\frac{vD_x\ddot{a}_{\overline{n|}}-D_{x+1}(1+v\ddot{a}_{\overline{n-1|}})+vD_{x+1}\ddot{a}_{\overline{n-1|}}-D_{x+2}(1+v\ddot{a}_{\overline{n-2|}})+\cdots+vD_{x+n-1}\ddot{a}_{\overline{1|}}-D_{x+n}}{D_x}$$

$$=\frac{vD_x\ddot{a}_{\overline{n|}}-(D_{x+1}+\cdots+D_{x+n})}{D_x}$$

$$=v\ddot{a}_{\overline{n|}}-a_{x:\overline{n|}}=a_{\overline{n|}}-a_{x:\overline{n|}}$$

よって、解答は（**G**）

（6） $n+1$年度の運用利回りをjとすると、予定利率$i=j+0.01$で表される。

n年度までの積立金をF_nすると、極限方程式から

$$F_n=(300-200)\cdot\frac{1+i}{i}=100\cdot\frac{1+j+0.01}{j+0.01}$$

となる。$n+1$年度の積立金F_{n+1}は

$$F_{n+1}=(F_n+C-B)\cdot(1+j)$$

$$=\left(100\frac{1+j+0.01}{j+0.01}-100\right)\cdot(1+j)$$

$$=100\cdot\frac{1+j}{j+0.01}$$

と表せるので、積立不足は

$$F_n - F_{n+1} = 100 \cdot \frac{1+j+0.01}{j+0.01} - 100 \cdot \frac{1+j}{j+0.01} = \frac{1}{j+0.01} = 20$$

これを解けば、 $j = 0.04$。

よって、解答は**（F）**

（7）

保険料をC、給付をB、積立金をFとすると、極限方程式より、

$F = (F+C-B)\times(1+i)$が成立する。

$F_1^{'} = (F_0 + (1+\alpha)\times C - B)\times(1+i) = F_0 + \alpha C(1+i)$

$F_{10}^{'} = F_0 + \alpha C \times \left[(1+i) + \cdots + (1+i)^{10}\right]$

$= F_0 + \alpha C \times \frac{1+i}{i} \times \left[(1+i)^{10} - 1\right] = F_0 + A$とする。･･･①

10 年後は積立金の利息収入だけで保険料の払込みを行わないことから、$F_{10}^{'} = (F_{10}^{'} - B)\times(1+i)$･･･②

極限方程式より、$B \times (1+i) = (F+C)\times(1+i) - F = F \times i + C \times (1+i)$･･･③

②式に、①式および③式を適用すると、

$F_0 + A = (F_0 + A)\times(1+i) - \{F_0 \times i + C \times (1+i)\}$となり、当式を更に変換すると次のようになる。

$(F_0 + A)\times i = F_0 \times i + C \times (1+i)$

$A \times i = C \times (1+i)$

$\therefore \left\{\alpha C \times \frac{1+i}{i} \times \left[(1+i)^{10} - 1\right]\right\} \times i = C \times (1+i)$

$\therefore \alpha = \frac{1}{(1+i)^{10} - 1} = \frac{1}{1.05^{10} - 1} = 1.590091\cdots$

よって、解答は**（I）**

（8）加入年齢方式、開放基金方式の標準保険料率、開放型総合保険料方式の保険料率の算出の定義により

$\frac{S^f}{G^f} = 0.10$、$\frac{S_{FS}^a + S^f}{G^a + G^f} = 0.12$、$\frac{S^p + S_{PS}^a + S_{FS}^a + S^f - F}{G^a + G^f} = 0.14$である。

将来の新規加入者の数および将来の年間付与ポイントを 2 倍に引き上げた場合のその年の開放型総合保険料方式の保険料率は

$\frac{S^p + S_{PS}^a + 2S_{FS}^a + 4S^f - F}{2G^a + 4G^f}$ となる。

$$\frac{S^p+S_{PS}^a+2S_{FS}^a+4S^f-F}{2G^a+4G^f}=\frac{(S^p+S_{PS}^a+S_{FS}^a+S^f-F)+(S_{FS}^a+S^f)+2S^f}{2G^a+4G^f}$$

$$=\frac{0.14(G^a+G^f)+0.12(G^a+G^f)+2\cdot 0.1G^f}{2G^a+4G^f}$$

$$=\frac{0.14(1.5G^f+G^f)+0.12(1.5G^f+G^f)+2\cdot 0.1G^f}{2\cdot 1.5G^f+4G^f}$$

$$=\frac{0.85}{7}=0.121$$

よって、解答は　$a=1$、$b=2$ 、$c=1$

（9）

責任準備金は予定通り推移したのだから、$(5{,}000+\alpha)\times 1.05-800=5{,}500$ 。したがって、$\alpha=1{,}000$, $\beta=761$。

平成 23 年度末の未積立債務は 800+461=1,261.

したがって、平成 23 年度末の積立金は 5,000－1,261=3,739.

予定利息は$(3{,}739+1{,}000)\times 0.05=236.95$　利差益は 761―236.95=524.05

よって、解答は（H）

（１０）

① 教科書 P46　第 2 章練習問題 4 参照　正しくは$a_x<a_{\overline{e_x|}}$ で誤り

② 教科書 P30（2-17）式より、正しい

③ 定義より正しい

④ 教科書 P38（2-35）式 1 行目参照　正しくは$\left(D\ddot{a}\right)_{x:\overline{n|}}=\sum_{t=0}^{n-1}\left(n-t\right)v^t{}_tp_x$ で誤り

⑤ 教科書 P39（2-36）式より、正しい

⇒①、④が誤り。

よって、解答は（E）

（１１）

死力を$\mu_t(=k)$ 、利力をδ とすると、

$$\bar{a}_x=\int_0^\infty {}_tp_x\cdot e^{-\delta t}dt$$

$$=\int_0^\infty e^{-\int_0^t\mu_{x+s}ds}\cdot e^{-\delta t}dt=\int_0^\infty e^{-\int_0^t kds}\cdot e^{-\delta t}dt=\int_0^\infty e^{-kt}\cdot e^{-\delta t}dt=\int_0^\infty e^{-(k+\delta)t}dt=\frac{1}{k+\delta}=A$$

であるので、

$$\bar{a}_{x,x+1} = \int_0^\infty {}_t p_x \cdot {}_t p_{x+1} \cdot e^{-\delta t} dt$$

$$= \int_0^\infty e^{-\int_0^t \mu_{x+s} ds - \int_0^t \mu_{x+1+s} ds} \cdot e^{-\delta t} dt = \int_0^\infty e^{-2\int_0^t k ds} \cdot e^{-\delta t} dt = \int_0^\infty e^{-2kt} \cdot e^{-\delta t} dt = \int_0^\infty e^{-(2k+\delta)t} dt = \frac{1}{2k+\delta}$$

$$= \frac{1}{k+k+\delta} = \frac{1}{k+1/A} = \frac{A}{Ak+1}$$

よって、解答は**（C）**

（１２）

到達年齢方式の標準保険料率 ${}^A P = p$ とおく。

閉鎖型総合保険料方式、到達年齢方式の年金制度発足時の保険料率の関係式より、

$$S^p + S^a = 3p \cdot G^a \quad \text{①}$$

$$S^a_{FS} = p \cdot G^a \quad \text{②}$$

が成立する。なお、問題文の条件より、$S^p = 0$ かつ $S^a_{PS} \neq 0$ である。

加入年齢方式による責任準備金 ${}^E V$ と単位積立方式による責任準備金 ${}^U V$ の関係式より

$$\frac{{}^E V}{{}^U V} = \frac{S^P + S^a - {}^E P \cdot G^a}{S^p + S^a_{PS}} = 1.125 \quad \text{③}$$

$${}^E P = 0.15 \quad \text{④}$$

③式の分子分母に①、②および④を代入

$$\frac{{}^E V}{{}^U V} = \frac{\text{①} - 0.15 \cdot G^a}{\text{①} - \text{②}} = \frac{3p \cdot G^a - 0.15 \cdot G^a}{2p \cdot G^a} = \frac{3p - 0.15}{2p} = 1.125$$

$$\therefore p = 0.20$$

よって、解答は　$a = 0$、$b = 2$、$c = 0$

（１３）

・開放基金方式

標準保険料率＝$\dfrac{3{,}000{,}000 + 3{,}000{,}000}{41{,}000{,}000 + 19{,}000{,}000}$＝10.0％

標準掛金（年額）＝1,100,000×10.0％＝<u>110,000</u>

責任準備金＝（3,000,000+3,000,000+2,000,000+1,000,000）－（41,000,000+19,000,000）×10.0％

＝3,000,000

未積立債務＝3,000,000－2,500,000＝500,000

・加入年齢方式

標準保険料率＝$\dfrac{3,000,000}{41,000,000}$＝7.3%

標準掛金（年額）＝1,100,000×7.3%＝<u>80,300</u>

責任準備金＝（3,000,000+2,000,000+1,000,000）－19,000,000×7.3%＝4,613,000

未積立債務＝4,613,000－2,500,000＝2,113,000

各年度の未積立債務の推移は以下のとおりとなり、開放基金方式の方が加入年齢方式より 2 年早く全額償却することになる。

・開放基金方式

1 年度（期初）: 500,000

2 年度（期初）: (500,000－500,000×50%)×1.03＝257,500

3 年度（期初）: (257,500－257,500×50%)×1.03＝132,613

4 年度（期初）: (132,613－132,613×50%)×1.03＝68,296

・加入年齢方式

1 年度（期初）: 2,113,000

2 年度（期初）: (2,113,000－2,113,000×50%)×1.03＝1,088,195

3 年度（期初）: (1,088,195－1,088,195×50%)×1.03＝560,420

4 年度（期初）: (560,420－560,420×50%)×1.03＝288,616

5 年度（期初）: (288,616－288,616×50%)×1.03＝148,637

6 年度（期初）: (148,637－148,637×50%)×1.03＝76,548

よって、解答は**（Ｆ）**

（１４）

教科書 P94 の（5－12）式より開放基金方式の定常状態における積立金は単位積立方式の定常状態における積立金と一致する。

教科書 P65 の（3－30）式より、当該積立金を ${}^{OAN}F$ とすると

$$ {}^{OAN}F = \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \frac{x - x_e}{x_r - x_e} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x} + \sum_{x=x_r}^{w} l_x \cdot \ddot{a}_x $$

教科書 P68 の（3－36）式より、平準積立方式の定常状態における積立金を ${}^{L}F$ とすると、

$$ {}^{L}F = \sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot {}^{L}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x-1} D_y / D_x + \sum_{x=x_r}^{w} l_x \cdot \ddot{a}_x $$

上記 2 式の差を取ると、差額＝②式 $\displaystyle\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1} l_x^{(T)} \cdot \left(\frac{x - x_e}{x_r - x_e} \cdot \frac{D_{x_r} \cdot \ddot{a}_{x_r}}{D_x} - {}^{L}P \cdot \sum_{y=x_e}^{x-1} D_y / D_x \right)$ となる。

②式を以下のとおり変形する。

$^{L}P=\dfrac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}$ より②式に代入

$$（②式）=\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}l_x^{(T)}\cdot\left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e}\cdot\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x}-\frac{\sum_{y=x_e}^{x-1}D_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\cdot\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x}\right)$$

$$=\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}l_x^{(T)}\cdot\frac{D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}}{D_x}\cdot\left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e}-\frac{\sum_{y=x_e}^{x-1}D_y}{\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y}\right)$$

$D_{x_r}\cdot\ddot{a}_{x_r}=N_{x_r}$、$\sum_{y=x_e}^{x_r-1}D_y=N_{x_e}-N_{x_r}$、$\sum_{y=x_e}^{x-1}D_y=N_{x_e}-N_x$ をそれぞれ代入。

$$=\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}l_x^{(T)}\cdot\frac{N_{x_r}}{D_x}\cdot\left(\frac{x-x_e}{x_r-x_e}-\frac{N_{x_e}-N_x}{N_{x_e}-N_{x_r}}\right)$$

$$=\sum_{x=x_e+1}^{x_r-1}l_x^{(T)}\cdot\frac{N_{x_r}}{D_x}\cdot\left\{\left(\cancel{1}-\frac{x_r-x}{x_r-x_e}\right)-\left(\cancel{1}-\frac{N_x-N_{x_r}}{N_{x_e}-N_{x_r}}\right)\right\}$$

＝（⑦式）

よって、解答は（E）

（１５）この制度における標準保険料 $^{L}P=2{,}400/24{,}000=0.1$。

t 年度末の責任準備金 $V=800+1{,}500-0.1\cdot 2{,}800=2{,}020$。

未積立債務 $U=V-F=920$。よって、10 年間の定額償却とした場合の特別保険料を $^{PSL}P_0$ で表すと、

$$^{PSL}P_0=920/8.79=104.664$$

となる。

一方、

$$U\cdot\frac{x}{100}\geq 2\cdot{}^{PSL}P_0$$

を満たす最小の x を求めると、$x=23$。

これ以降、$t+n$ 年度末の未積立債務を U_n、$t+n$ 年度初の特別保険料を P_n で表すと、

$P_1=920\cdot 0.23=211.6$、　　$U_1=920\cdot(1-0.23)\cdot 1.03=729.652$

$P_2 = 729.652 \cdot 0.23 = 167.820$、　$U_2 = 729.652 \cdot (1-0.23) \cdot 1.03 = 578.687$

$P_3 = 578.687 \cdot 0.23 = 133.098$、　$U_3 = 578.687 \cdot (1-0.23) \cdot 1.03 = 458.957$

$P_4 = 458.957 \cdot 0.23 = 105.560$、　$U_4 = 458.957 \cdot (1-0.23) \cdot 1.03 = 363.999$

$P_5 = 363.999 \cdot 0.23 = 83.720$

よって、$n = 5$

よって、解答は（**D**）

（１６）制度変更前の標準保険料を${}^{OAN}P$、制度変更後の標準保険料及び特別保険料を${}^{OAN}P', {}^{PSL}P'$で表すと、

$${}^{OAN}P = \frac{12{,}000 + 11{,}100}{20{,}000 + 15{,}000} = 0.66$$

$${}^{OAN}P' = \frac{12{,}000 \cdot (1 - \frac{x}{100}) + 11{,}100 \cdot (1 - \frac{x}{100})}{20{,}000 + 15{,}000} = 0.66 \cdot (1 - \frac{x}{100})$$

$${}^{PSL}P' = \frac{6{,}000 + 8{,}000 \cdot (1 - \frac{x}{100}) - 10{,}000}{1{,}950 \cdot 7.95}$$

題意より、${}^{OAN}P = {}^{OAN}P' + {}^{PSL}P'$であるので、これを解くと、$x = 21.9\ldots$。

よって、解答は（**G**）

（１７）

変更前は問題の表が定常人口であることから、200,000 円

変更後は以下の通り。

$$(\text{新規加入者給与}) = (\text{加入者の平均給与}) \times \frac{b'_{x_e} \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} (b'_x l_x)}$$

$$= \frac{1871{,}000{,}000}{6{,}850} \cdot \frac{b_{x_e} \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x}{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} ((\frac{b_x - b_{x_e}}{2} + b_{x_e}) \cdot l_x)} = \frac{1871{,}000{,}000}{6{,}850} \cdot \frac{b_{x_e} \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x}{\frac{1}{2} \sum_{x=x_e}^{x_r-1} (b_x l_x) + \frac{b_{x_e}}{2} \sum_{x=x_e}^{x_r-1} l_x}$$

$$= \frac{1871{,}000{,}000}{6{,}850} \cdot \frac{2 \times 200{,}000 \times 6{,}850}{1871{,}000{,}000 + 200{,}000 \times 6{,}850} = 230{,}916.383\ldots.$$

約 1.155 倍

よって、解答は（**C**）

（１８）

① 教科書実務編第２章 1(2)「脱退残存表の形状の影響」(p.162～163)から誤り。

② 教科書実務編第２章 2(1)「給与指数の傾きの影響」(p.165～167)から正しい。

③ 教科書実務編第２章 2(2)「頭打ちの影響」(p.167～168)から正しい。

④ 標準保険料率は給与に対する比率であるから低下する。誤り。

⑤ 教科書 p.173 から責任準備金も変動する。誤り

⑥ 給付現価に変動はない（考え方は教科書実務編第２章３のとおり)ため、正しい。

⇒①、④、⑤が誤り。

よって、解答は **（B）**

（１９）

期初 y 歳の従業員が予定通り脱退した場合、この制度は定常状態に達しているため

$(l_y - d_y)\cdot V_{y+1} = l_y(1+i)(V_y + P) - d_y \cdot 10(y+1-x_e)$ であり、

$$V_{y+1} = \frac{l_y(1+i)(V_y+P) - d_y \cdot 10(y+1-x_e)}{l_y - d_y}$$

が成り立つ。

期初 y 歳の従業員の脱退がなかった場合、d_y 名について $10(y+1-x_e)$ の給付が発生しなかった分の差益が生じ、V_{y+1} の差損が生じる。従って剰余金（不足金）は

$$\begin{aligned}
&d_y \cdot \left(10(y+1-x_e) - V_{y+1}\right) \\
&= d_y \cdot \left(10(y+1-x_e) - \frac{l_y(1+i)(V_y+P) - d_y \cdot 10(y+1-x_e)}{l_y - d_y}\right) \\
&= \frac{d_y}{l_y - d_y}\cdot\left((l_y - d_y + d_y)\cdot 10(y+1-x_e) - l_y(1+i)(V_y+P)\right) \\
&= \frac{d_y l_y}{l_y - d_y}\left(10(y+1-x_e) - (1+i)(V_y+P)\right)
\end{aligned}$$

よって、解答は **（A）**

（２０）死亡率に乗じる一定率を β として x 歳における死亡率改善前の平均余命を e_x、死亡率改善後の平均余命を e'_x とすると死亡率改善前の人数 $l_{x+t} = l_x \cdot (1-q)^t$、改善後の人数 $l'_{x+t} = l_x \cdot (1-\beta q)^t$ より、

$e_x = \dfrac{\sum_{t=1}^{\infty} l_{x+t}}{l_x} = \dfrac{1-q}{1-(1-q)} = \dfrac{1-q}{q}$、 $e'_x = \dfrac{\sum_{t=1}^{\infty} l'_{x+t}}{l'_x} = \dfrac{1-\beta q}{1-(1-\beta q)} = \dfrac{1-\beta q}{\beta q}$ となる。

e'_x と e_x の差 α は、$\alpha = e'_x - e_x = \dfrac{1-\beta q}{\beta q} - \dfrac{1-q}{q}$ であり、これを用いて β を表すと $\beta = \dfrac{1}{1+\alpha q}$ となる。

死亡率改善後の年 1 回期初払い終身年金現価率は、

$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t \cdot (1-\beta q)^t = \dfrac{1}{1-v(1-\beta q)}$ なので、これに β を代入して整理すると、

$$\ddot{a}_x = \frac{1}{1-v\left(1-\frac{1}{1+\alpha q}q\right)} = \frac{1+\alpha q}{(1+\alpha q)-v(1+\alpha q-q)} = \frac{1+\alpha q}{(1-v)(1+\alpha q)+vq}$$

よって、解答は（A）