生 保 数 理 （ 問 題 ）

問題１． 次の（１）～（１５）の各問について、（１）は適切なものをすべて、（２）～（１５）は最も適切なものを１つ、それぞれの選択肢の中から選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。（９０点）

（１）次の（A）～（F）のうち、常に正しい関係を表している等式または不等式をすべて選びなさい。なお、（A）～（F）の中に常に正しい関係を表しているものが１つもない場合は（G）をマークすること。
ただし、$i>0$ 、 $x<y$ とする。

（A）	$\lim_{k\to\infty} i^{(k)} > \lim_{k\to\infty} d^{(k)}$	（B）	$\mu_x < 1$	（C）	$\mathring{e}_x > \mathring{e}_y$
（D）	$A^{1}_{x:\overline{n}\vert} < {}_nq_x$	（E）	$D_x > \overline{M}_x > M_x$	（F）	$M_x = D_x - d \cdot N_{x+1}$

（２）ある年齢 x 歳において、生存確率 ${}_tp_x$ と死力 μ_{x+t} の間に、${}_tp_x \cdot \mu_{x+t} = \dfrac{50-t}{1250}$ $(0 \leqq t \leqq 50)$ が成り立つとき、${}_{10}\mathring{e}_x - {}_{10}e_x$ の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A）	−0.177	（B）	−0.179	（C）	−0.181	（D）	−0.183	（E）	−0.185
（F）	0.177	（G）	0.179	（H）	0.181	（I）	0.183	（J）	0.185

（３）ある集団が原因 A、B によって減少していく２重脱退表を考える。x 歳における、原因 A による脱退力を μ_x^A 、原因 B による脱退力を μ_x^B 、全体の脱退力を μ_x とする。
$0 \leqq t \leqq 2$ において、 $\mu_{x+t}^A = 0.2\mu_{x+t}$ 、 $\mu_{x+t} = k \cdot t^2$ (k は定数)、 $q_x^{A*} = 0.01$ であるとき、 ${}_2q_x^B$ の値に最も近いものは次のうちどれか。必要であれば、 $0.99^{10} = 0.9044$ を用いなさい。

（A）	0.260	（B）	0.265	（C）	0.270	（D）	0.275	（E）	0.280
（F）	0.285	（G）	0.290	（H）	0.295	（I）	0.300	（J）	0.305

（４）$\ddot{a}_{x+1} = 9.0778$ 、 $e_x = 10.3355$ 、 $e_{x+1} = 9.7180$ であり、x 歳年金開始、年度始支払、年金年額１の２年保証期間付終身年金（最初の２年間は確定年金で、それ以降は被保険者の生存を条件に支払いを行う年金）の現価が 9.5543 であるとき、予定利率 i の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A）	1.00%	（B）	1.25%	（C）	1.50%	（D）	1.75%	（E）	2.00%
（F）	2.25%	（G）	2.50%	（H）	2.75%	（I）	3.00%	（J）	3.25%

（5）各年齢x $(60 \leqq x \leqq 99)$において$\dfrac{(IA)_x - A^1_{x:\overline{1|}}}{(IA)_{x+1} + A_{x+1}} = \dfrac{100-x-1}{100-x}$の関係が成り立つとき、$a_{\overline{60:10|}}$の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A） 8.475　（B） 8.525　（C） 8.575　（D） 8.625　（E） 8.675
（F） 8.725　（G） 8.775　（H） 8.825　（I） 8.875　（J） 8.925

（6）死力μ_xが$\mu_x = \dfrac{1}{110-x}$ $(0 \leqq x < 110)$と表されるとき、45 歳加入、保険料連続払終身払込、保険金即時支払、保険金額 1 の終身保険において、第 10 保険年度末の責任準備金${}_{10}\bar{V}_{45}^{(\infty)}$の値に最も近いものは次のうちどれか。
必要であれば、$\delta = 0.0149$、$\bar{a}_{\overline{45|}} = 32.7959$、$\bar{a}_{\overline{55|}} = 37.5503$、$\bar{a}_{\overline{65|}} = 41.6471$を用いなさい。

（A） 0.087　（B） 0.092　（C） 0.097　（D） 0.102　（E） 0.107
（F） 0.112　（G） 0.117　（H） 0.122　（I） 0.127　（J） 0.132

（7）50 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険期間 25 年、保険金額は第 1 年度の死亡に対して 1 を支払い、以降毎年度一定額ずつ減少し、第 25 年度の死亡に対して 0.8 を支払う保険金変動保険において、予定利率$i = 1.50\%$とし、予定死亡率q_xと第 1 年度の保険金額 1 に対する各保険年度末の平準純保険料式責任準備金の値は以下のとおりとする。

x	q_x
67	0.01616
68	0.01794
69	0.01986
70	0.02193

t	t 年度末の責任準備金
17	0.0639
18	0.0620
19	0.0586
20	0.0538

このとき、第 19 年度の危険保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。

（A） 0.01251　（B） 0.01255　（C） 0.01260　（D） 0.01389　（E） 0.01393
（F） 0.01399　（G） 0.01538　（H） 0.01542　（I） 0.01548　（J） 0.01664

（8）x 歳加入、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間n年の養老保険において、予定利率の変化に対する一時払純保険料の変化を、一時払純保険料を予定利率で微分することにより表した場合、その変化を表す式は次のうちどれか。

（A） $-d \cdot \{ \ddot{a}_{x:\overline{n|}} - (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} \}$
（B） $-v \cdot \{ \ddot{a}_{x:\overline{n|}} - (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} \}$
（C） $-d \cdot \{ \ddot{a}_{x:\overline{n|}} - v \cdot (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} \}$
（D） $-v \cdot \{ \ddot{a}_{x:\overline{n|}} - d \cdot (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} \}$
（E） $-d \cdot \{ \ddot{a}_{x:\overline{n|}} + v \cdot (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} \}$
（F） $-v \cdot \{ \ddot{a}_{x:\overline{n|}} + d \cdot (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} \}$
（G） $-d \cdot \{ (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} - v \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}} \}$
（H） $-v \cdot \{ (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} - d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}} \}$
（I） $-d \cdot \{ (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} + v \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}} \}$
（J） $-v \cdot \{ (I\ddot{a})_{x:\overline{n|}} + d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n|}} \}$

（9） x 歳加入、保険期間 n 年、保険金額は第 1 年度が 1 、第 2 年度は 2 で、毎年 1 ずつ増加する累加定期保険の一時払営業保険料が a 、

x 歳加入、保険期間 n 年、保険金額は第 1 年度が n 、第 2 年度は $n-1$ で、毎年 1 ずつ減少する累減定期保険の一時払営業保険料が b 、

x 歳加入、保険期間 n 年、保険金額 1 の養老保険の一時払営業保険料が c 、

x 歳加入、保険金額 1 の終身保険の一時払営業保険料が d の場合、

$x+n$ 歳加入、保険金額 1 の終身保険の一時払営業保険料を表す式は次のうちどれか。

ただし、すべての保険は保険金年度末支払とし、それぞれの保険の予定事業費は毎年度始に年度始の保険金額 1 に対し γ のみとし、 γ はすべての保険について同じ値とする。

（A） $\dfrac{d+a+b}{(n+1)\cdot c}$ （B） $\dfrac{d-a-b}{(n+1)\cdot c}$ （C） $\dfrac{(n+1)\cdot d}{(n+1)\cdot c-a-b}$

（D） $\dfrac{(n+1)\cdot d}{(n+1)\cdot c+a+b}$ （E） $\dfrac{(n+1)\cdot d-a-b}{(n+1)\cdot c}$ （F） $\dfrac{(n+1)\cdot d+a+b}{(n+1)\cdot c}$

（G） $\dfrac{(n+1)\cdot d-a-b}{(n+1)\cdot c-a-b}$ （H） $\dfrac{(n+1)\cdot d+a+b}{(n+1)\cdot c-a-b}$ （I） $\dfrac{(n+1)\cdot d-a-b}{(n+1)\cdot c+a+b}$

（J） $\dfrac{(n+1)\cdot d+a+b}{(n+1)\cdot c+a+b}$

（10） 40 歳加入、保険料一時払、保険期間終身の次の給付を行う保険を考える。

【給付内容】
・第 3 年度以前に死亡した場合、死亡した年度末に、一時払営業保険料を給付金として支払う。
・第 4 年度以降、第 10 年度以前に死亡した場合、死亡した年度末に、その年度末の純保険料式責任準備金を給付金として支払う。
・第 11 年度以降に死亡した場合、死亡した年度末に、保険金額 1 を支払う。

この保険の予定事業費は新契約費のみで、一時払営業保険料に対して 5%（新契約時のみ）とする。

このとき、この保険の一時払営業保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。

必要であれば、予定利率 $i=1.50\%$ 、 $A_{40:\overline{3}|}=0.9564$ 、 $A_{\overset{1}{40}:\overline{3}|}=0.9501$ 、 $A_{50}=0.6604$ を用いなさい。

（A） 0.590 （B） 0.591 （C） 0.592 （D） 0.593 （E） 0.594
（F） 0.595 （G） 0.596 （H） 0.597 （I） 0.598 （J） 0.599

（１１）30 歳加入、保険料年払 20 年払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 30 年の養老保険において、責任準備金を初年度定期式責任準備金で積み立てるとしたとき、チルメル割合 $\alpha = 0.04$ となった。

このとき、予定利率 i の値に最も近いものは次のうちどれか。

必要であれば、$\ddot{a}_{30:\overline{20|}} = 15.5745$、$A_{30:\overline{30|}} = 0.5961$、$q_{30} = 0.00086$ を用いなさい。

(A)	0.5%	(B)	1.0%	(C)	1.5%	(D)	2.0%	(E)	2.5%
(F)	3.0%	(G)	3.5%	(H)	4.0%	(I)	4.5%	(J)	5.0%

（１２）50 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 20 年の養老保険において、10 年経過後に払済保険へ変更した場合の払済保険金額を S_1、延長保険へ変更した場合の延長保険の生存保険金額を S_2 とするとき、S_2/S_1 の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、S_1 および S_2 を計算する場合に用いる解約返戻金は変更時点の平準純保険料式責任準備金と同額とし、払済保険の予定事業費は毎年度始に払済保険金額 1 に対し 2‰、延長保険の予定事業費は毎年度始に死亡保険金額 1 に対し 1‰、生存保険金額 1 に対し 1‰とする。

必要であれば、予定利率 $i = 1.50\%$、$D_{50} = 0.4521$、$D_{60} = 0.3685$、$D_{70} = 0.2782$、$N_{50} = 11.0426$、$N_{60} = 6.8962$、$N_{70} = 3.6041$ を用いなさい。なお、変更時点で貸付金はない。

(A)	0.55	(B)	0.60	(C)	0.65	(D)	0.70	(E)	0.75
(F)	0.80	(G)	0.85	(H)	0.90	(I)	0.95	(J)	1.00

（１３）生命表がゴムパーツの法則に従うとき、すなわち $\mu_x = B \cdot c^x$ （B、c は定数、$c \neq 1$）のとき、条件付生命確率 ${}_{\infty}q_{\overset{\ }{\underset{1}{w}}\underset{2}{x}\overset{3}{y}z}$ は c^w、c^x、c^y、c^z を用いて次のとおり表せる。①および②の空欄に当てはまる式の組み合わせとして正しいものは次のうちどれか。

$$ {}_{\infty}q_{\underset{1}{w}\underset{2}{x}\overset{3}{y}z} = \frac{c^y}{c^y + c^z} \cdot \left(\frac{c^x}{\boxed{①}} - \frac{\boxed{②}}{c^w + c^x + c^y + c^z} \right) $$

(A) ① $c^w + c^x$ ② c^w

(B) ① $c^w + c^x$ ② c^x

(C) ① $c^x + c^y$ ② c^x

(D) ① $c^x + c^y$ ② c^y

(E) ① $c^y + c^z$ ② c^y

(F) ① $c^y + c^z$ ② c^z

(G) ① $c^w + c^x + c^y$ ② c^w

(H) ① $c^w + c^x + c^y$ ② c^x

(I) ① $c^x + c^y + c^z$ ② c^x

(J) ① $c^x + c^y + c^z$ ② c^y

（１４）死亡・就業不能脱退残存表が以下のとおり与えられるとき、現在 52 歳の就業者が 2 年後までに就業不能となり、2 年後から 4 年後の間で死亡する確率に最も近いものは次のうちどれか。

ここで、死亡および就業不能はそれぞれ独立に発生し、1 年を通じて一様に発生するものとする。また、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

x	l_x^{aa}	d_x^{aa}	i_x	l_x^{ii}	d_x^{ii}
52	92,828	578	170	1,378	34
53	92,080	634	193	1,514	40
54	91,253	692	219	1,667	47
55	90,342	752	249	1,839	55

（Ａ） 0.000180　（Ｂ） 0.000185　（Ｃ） 0.000190　（Ｄ） 0.000195　（Ｅ） 0.000200
（Ｆ） 0.000205　（Ｇ） 0.000210　（Ｈ） 0.000215　（Ｉ） 0.000220　（Ｊ） 0.000225

（１５） x 歳加入の就業者が就業不能となり保険期間 n 年以内に死亡すると、死亡した年度末に保険金額 1 を支払い消滅する保険の一時払純保険料を P_1 、 x 歳加入の就業者が保険期間 n 年以内に就業不能になると、その年度末に生死にかかわらず保険金額 1 を支払い消滅する保険の一時払純保険料を P_2 とするとき、一時払純保険料の差額 $P_2 - P_1$ は次の算式で表される。

なお、就業不能者でない者は就業者であるものとし、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。

$$P_2 - P_1 = \sum_{t=0}^{n-1} \frac{v^{t+1}}{l_x^{aa}} \cdot \left(\boxed{①}_{\boxed{ア}} - \boxed{①}_{\boxed{イ}} - l_x^{ii} \cdot \frac{\boxed{②}_{\boxed{ウ}} - \boxed{②}_{\boxed{エ}}}{l_x^{i}} \right)$$

ただし、上式においては $\boxed{}_{\boxed{}}$ がある年齢における 1 つの死亡・就業不能脱退残存表の値を表すものとする。

このとき、①と②のそれぞれの空欄に当てはまる最も適切な死亡・就業不能脱退残存表の文字を【脱退残存表群】から選び、ア～エのそれぞれの空欄に当てはまる最も適切な年齢を【年齢群】から選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

マークの例： $\boxed{①}_{\boxed{ア}}$ に該当する値が l_x^{aa} であれば、①→（Ｂ）、ア→（Ｂ）

【脱退残存表群】

（Ａ） i　（Ｂ） l^{aa}　（Ｃ） l^{ii}　（Ｄ） l^{i}

【年齢群】

（Ａ） $x-1$　（Ｂ） x　（Ｃ） $x+1$　（Ｄ） $x+t-1$　（Ｅ） $x+t$
（Ｆ） $x+t+1$　（Ｇ） $x+n-1$　（Ｈ） $x+n$　（Ｉ） $x+n+1$

問題２． ２人の被保険者 X 、Y の年齢をそれぞれ x 歳、y 歳とし、２人は同一の生命表に従うとする。

いま、X および Y のいずれかが死亡した年度末から年金年額１の年金を開始し、年金は20年の確定期間か、最終生存者の死亡後10年間のいずれか長い方を支給する場合の年金現価を求めたい。

次の①～⑯の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から１つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

題意の年金は、次の２つの部分に分けることができる。

(a) 被保険者 X 、Y のいずれかが死亡した年度末以降支払われる20年確定年金を保証する連生死亡保険部分

この部分の年金現価は、$\boxed{\text{①}}\cdot\boxed{\text{②}}$ ・・・(i)

(b) 被保険者 X 、Y のいずれかが死亡してから20年以上経過した年度末でも、その時点から10年前に生存者がいた場合には年金が支払われる部分

例えば、第 $(t+20)$ 年度末において、X および Y の１人が第 t 年度末までに死亡していても、他の１人が第 $(t+10)$ 年度末に生存していた場合には年金が支払われ、この場合の支払額の現価は $\boxed{\text{③}}\cdot\left\{\left(1-{}_tp_y\right)\cdot\boxed{\text{④}}+\left(1-{}_tp_x\right)\cdot\boxed{\text{⑤}}\right\}$ である。

したがって、この部分の年金現価は $\displaystyle\sum_{t=1}^{\infty}\boxed{\text{③}}\cdot\left\{\left(1-{}_tp_y\right)\cdot\boxed{\text{④}}+\left(1-{}_tp_x\right)\cdot\boxed{\text{⑤}}\right\}$ ・・・(ii)

$$\text{(ii)}=\boxed{\text{⑥}}\cdot\sum_{t=1}^{\infty}v^t\cdot\left(1-{}_tp_y\right)\cdot\boxed{\text{⑦}}+\boxed{\text{⑧}}\cdot\sum_{t=1}^{\infty}v^t\cdot\left(1-{}_tp_x\right)\cdot\boxed{\text{⑨}}$$
$$=v^{10}\cdot A^{\ 1}_{x:\overline{10|}}\cdot\left(a_{x+10}-\boxed{\text{⑩}}\right)+v^{10}\cdot A^{\ 1}_{y:\overline{10|}}\cdot\left(a_{y+10}-\boxed{\text{⑪}}\right)$$

したがって、(i)と(ii)を加え、題意の年金現価は

$$\boxed{\text{①}}\cdot\boxed{\text{②}}+v^{10}\cdot A^{\ 1}_{x:\overline{10|}}\cdot\left(a_{x+10}-\boxed{\text{⑩}}\right)+v^{10}\cdot A^{\ 1}_{y:\overline{10|}}\cdot\left(a_{y+10}-\boxed{\text{⑪}}\right)$$

となる。

さて、この年金現価は、第20年度末までに支払われる年金現価 A と第21年度末以降に支払われる年金現価 B に分けて求めることもできる。

$$A=\sum_{t=1}^{20}v^t\cdot\left(1-\boxed{\text{⑫}}\right)$$
$$B=\sum_{t=1}^{\infty}\boxed{\text{③}}\cdot\left(\boxed{\text{⑫}}-{}_{t+20}p_{xy}\right)+\sum_{t=1}^{\infty}\boxed{\text{③}}\cdot\left\{\left(1-{}_tp_y\right)\cdot\boxed{\text{④}}+\left(1-{}_tp_x\right)\cdot\boxed{\text{⑤}}\right\}$$

より、題意の年金現価は

$$A+B=\sum_{t=1}^{20}v^t\cdot\left(1-\boxed{\text{⑫}}\right)+\sum_{t=1}^{\infty}\boxed{\text{③}}\cdot\left(\boxed{\text{⑫}}-{}_{t+20}p_{xy}\right)+\sum_{t=1}^{\infty}\boxed{\text{③}}\cdot\left\{\left(1-{}_tp_y\right)\cdot\boxed{\text{④}}+\left(1-{}_tp_x\right)\cdot\boxed{\text{⑤}}\right\}$$
$$=a_{\overline{20|}}+\sum_{t=1}^{\infty}\boxed{\text{③}}\cdot\left\{\boxed{\text{⑫}}+\left(1-{}_tp_y\right)\cdot\boxed{\text{④}}+\left(1-{}_tp_x\right)\cdot\boxed{\text{⑤}}\right\}-\boxed{\text{⑬}}$$
$$=\left(a_{\overline{20|}}+\boxed{\text{⑭}}-\boxed{\text{⑬}}\right)+v^{10}\cdot A^{\ 1}_{x:\overline{10|}}\cdot\left(a_{x+10}-\boxed{\text{⑩}}\right)+v^{10}\cdot A^{\ 1}_{y:\overline{10|}}\cdot\left(a_{y+10}-\boxed{\text{⑪}}\right)\ \cdot\cdot\cdot\ \text{(iii)}$$

と表すことができる。

ここで、

$$a_{\overline{20|}}+\boxed{\text{⑭}}-\boxed{\text{⑬}}=a_{\overline{20|}}\cdot\left(1-\boxed{\text{⑮}}\right)=(1+i)\cdot a_{\overline{20|}}\cdot\left(v-\boxed{\text{⑯}}\right)=\boxed{\text{①}}\cdot\boxed{\text{②}}$$ より、

$$\text{(iii)}=\boxed{\text{①}}\cdot\boxed{\text{②}}+v^{10}\cdot A^{\ 1}_{x:\overline{10|}}\cdot\left(a_{x+10}-\boxed{\text{⑩}}\right)+v^{10}\cdot A^{\ 1}_{y:\overline{10|}}\cdot\left(a_{y+10}-\boxed{\text{⑪}}\right)$$

となり、上記で求めた年金現価と等しい。

（１０点）

【選択肢】

（ア） v^t	（イ） v^{t+10}	（ウ） v^{t+20}	（エ） ${}_t p_x$	（オ） ${}_t p_y$
（カ） ${}_t p_{xy}$	（キ） ${}_{t+10} p_x$	（ク） ${}_{t+10} p_y$	（ケ） ${}_{t+20} p_x$	（コ） ${}_{t+20} p_y$
（サ） ${}_t p_{x+10}$	（シ） ${}_t p_{y+10}$	（ス） $v^{10} \cdot {}_{10}p_x$	（セ） $v^{10} \cdot {}_{10}p_y$	（ソ） $v^{10} \cdot {}_{10}p_{xy}$
（タ） $v^{20} \cdot {}_{10}p_x$	（チ） $v^{20} \cdot {}_{10}p_y$	（ツ） $v^{20} \cdot {}_{10}p_{xy}$	（テ） $v^{20} \cdot {}_{20}p_x$	（ト） $v^{20} \cdot {}_{20}p_y$
（ナ） $v^{20} \cdot {}_{20}p_{xy}$	（ニ） $a_{\overline{10}\rceil}$	（ヌ） $\ddot{a}_{\overline{10}\rceil}$	（ネ） $a_{\overline{20}\rceil}$	（ノ） $\ddot{a}_{\overline{20}\rceil}$
（ハ） a_{xy}	（ヒ） $i \cdot a_{xy}$	（フ） $d \cdot a_{xy}$	（ヘ） $\delta \cdot a_{xy}$	（ホ） $v^{10} \cdot a_{xy}$
（マ） $v^{20} \cdot a_{xy}$	（ミ） $a_{x+10,y}$	（ム） $a_{x,y+10}$	（メ） $a_{x+10,y+10}$	（モ） $a_{x+20,y}$
（ヤ） $a_{x,y+20}$	（ユ） $a_{x+20,y+20}$	（ヨ） A_{xy}	（ラ） $v^{10} \cdot A_{xy}$	（リ） $v^{20} \cdot A_{xy}$

以　上

生 保 数 理 （ 解 答 例 ）

問題１.

(1)	(D) (E)	(2)	(G)
(3)	(B)	(4)	(H)
(5)	(D)	(6)	(G)
(7)	(F)	(8)	(D)
(9)	(G)	(10)	(J)
(11)	(D)	(12)	(G)
(13)	(I)	(14)	(F)
(15)	①(C)　②(D)　ア(F)　イ(E)　ウ(F)　エ(E)		

(1)

(A) $\left(1+\dfrac{i^{(k)}}{k}\right)^k\cdot\left(1-\dfrac{d^{(k)}}{k}\right)^k=1$

$d^{(k)}=\dfrac{i^{(k)}}{1+\dfrac{i^{(k)}}{k}}$　　$k\to\infty$ とすれば、$\lim_{k\to\infty}d^{(k)}=\lim_{k\to\infty}i^{(k)}$ これより、誤り。

(B) 例えば、$l_x=l_0\cdot\dfrac{86-x}{86}$ のとき $\mu_x=\dfrac{1}{86-x}$ となる。$85<x<86$ の範囲で $\mu_x>1$ なので、誤り。

(C) x 歳以上 y 歳未満の死亡率（死力）が極度に高いとき、この年齢層の死亡率は $\mathring{e}_x$ を引き下げる効果はあるが、$\mathring{e}_y$ には影響せずに $\mathring{e}_x<\mathring{e}_y$ となり得るため、誤り。

（例）l_x は、連続かつ微分可能な関数であり、次で表されるものとする。

$$l_x=\begin{cases}100-20x & (0\leqq x<1)\\ f(x) & (1\leqq x)\end{cases}$$

ただし、$\int_1^{\omega}f(t)dt=3200$ とする。

このとき、$\mathring{e}_1=\dfrac{1}{l_1}\cdot\int_0^{\omega-1}l_{1+t}dt=\dfrac{1}{80}\cdot\int_0^{\omega-1}f(1+t)dt=\dfrac{1}{80}\cdot\int_1^{\omega}f(t)dt=\dfrac{1}{80}\cdot3200=40$

$$\mathring{e}_0=\frac{1}{l_0}\cdot\int_0^{\omega}l_tdt=\frac{1}{100}\cdot\left(\int_0^1 l_tdt+\int_1^{\omega}l_tdt\right)=\frac{1}{100}\cdot\left\{\int_0^1(100-20t)dt+\int_1^{\omega}f(t)dt\right\}$$

$$=\frac{1}{100}\times(90+3200)=32.9<\mathring{e}_1$$

このように、乳児の死亡率が極度に高いとき、0 歳の平均余命よりも、1 歳まで生存した者の平均余命の方が高くなることがある。

(D) $A^{1}_{x:\overline{n|}}=v\cdot q_x+v^2\cdot{}_{1|}q_x+\cdots+v^n\cdot{}_{n-1|}q_x<q_x+{}_{1|}q_x+\cdots+{}_{n-1|}q_x={}_nq_x$ より、正しい。

(E) $D_x=v^x\cdot l_x=v^x\cdot(d_x+d_{x+1}+\cdots)>v^{x+\frac{1}{2}}\cdot d_x+v^{x+1+\frac{1}{2}}\cdot d_{x+1}+\cdots=\overline{C}_x+\overline{C}_{x+1}+\cdots=\overline{M}_x$

$\overline{C}_x=v^{x+\frac{1}{2}}\cdot d_x>v^{x+1}\cdot d_x=C_x$から、$\overline{M}_x>M_x$

以上より、正しい。

(F) $M_x=C_x+C_{x+1}+\cdots=v^{x+1}\cdot d_x+v^{x+2}\cdot d_{x+1}+\cdots=v^{x+1}\cdot(l_x-l_{x+1})+v^{x+2}\cdot(l_{x+1}-l_{x+2})+\cdots$

$=v\cdot(v^x\cdot l_x+v^{x+1}\cdot l_{x+1}\cdots)-(v^{x+1}\cdot l_{x+1}+v^{x+2}\cdot l_{x+2}\cdots)=v\cdot N_x-N_{x+1}$

$=v\cdot N_x-(N_x-D_x)=D_x-d\cdot N_x<D_x-d\cdot N_{x+1}$ より、誤り。

解答：(D)(E)

(2)

${}_tp_x\cdot\mu_{x+t}=\dfrac{50-t}{1250}$ より ${}_tp_x=1-\dfrac{1}{25}t+\dfrac{1}{2500}t^2$

また、

$${}_{10}\overset{\circ}{e}_x=\int_0^{10}{}_tp_x dt=8.13333、$$

$${}_{10}e_x=\sum_{t=1}^{10}{}_tp_x=7.954$$

と計算されることから

$${}_{10}\overset{\circ}{e}_x-{}_{10}e_x=8.13333-7.954=0.17933$$

解答：(G)

(3)

$$q_x^{A*}=1-e^{-\int_0^1\mu_{x+t}^A dt}=1-e^{-\int_0^1 0.2\mu_{x+t}dt}=1-e^{-\int_0^1 0.2k\cdot t^2dt}=1-e^{-\frac{0.2k}{3}}=0.01$$

よって、

$$e^{-\frac{0.2k}{3}}=0.99$$

$${}_2p_x=e^{-\int_0^2\mu_{x+t}dt}=e^{-\int_0^2k\cdot t^2dt}=e^{-\left[\frac{k\cdot t^3}{3}\right]_0^2}=e^{-\frac{8k}{3}}=\left(e^{-\frac{0.2k}{3}}\right)^{40}=0.99^{40}=\left(0.99^{10}\right)^4=0.66902$$

$${}_2q_x^B=\int_0^2{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}^B dt=0.8\cdot\int_0^2{}_tp_x\cdot\mu_{x+t}dt=0.8\cdot{}_2q_x=0.8\cdot(1-{}_2p_x)=0.26478$$

解答：(B)

(4)

$e_x=p_x+p_x\cdot e_{x+1}$ より、 $p_x=\dfrac{e_x}{1+e_{x+1}}=\dfrac{10.3355}{1+9.7180}=0.964312$

x 歳年金開始、年度始支払、年金年額 1 の 2 年保証期間付終身年金の現価を $\ddot{a}_{\overline{x,2|}}$ とすると、

$\ddot{a}_{\overline{x,2|}}-\ddot{a}_x=v\cdot q_x$、 $\ddot{a}_x=1+v\cdot p_x\cdot\ddot{a}_{x+1}$ より、

$$v=\frac{\ddot{a}_{\overline{x,2|}}-1}{q_x+p_x\cdot\ddot{a}_{x+1}}=\frac{9.5543-1}{1-0.964312+0.964312\times9.0778}=0.973239$$

よって、 $i=\dfrac{1}{v}-1=0.027497$

解答：(H)

（5）

$$\frac{(IA)_x - A^1_{x:\overline{1}|}}{(IA)_{x+1}+A_{x+1}} = \frac{v\cdot p_x\cdot\{(IA)_{x+1}+A_{x+1}\}+A^1_{x:\overline{1}|}-A^1_{x:\overline{1}|}}{(IA)_{x+1}+A_{x+1}} = \frac{v\cdot p_x\cdot\{(IA)_{x+1}+A_{x+1}\}}{(IA)_{x+1}+A_{x+1}} = v\cdot p_x$$

であることから、本文中の等式は

$$v\cdot p_x = \frac{100-x-1}{100-x} \quad (60 \leqq x \leqq 99)$$

に等しい。

ここで、$k=2,3,4\cdots,10$ に対して

$$v^k\cdot{}_kp_{60} = (v\cdot p_{60})\times(v\cdot p_{61})\cdots\times(v\cdot p_{60+k-1}) = \frac{39}{40}\times\frac{38}{39}\cdots\times\frac{40-k}{41-k} = \frac{40-k}{40}$$

となり、これは$k=1$に対しても成り立つことから、

$$a_{60:\overline{10}|} = v\cdot p_{60}+v^2\cdot{}_2p_{60}+v^3\cdot{}_3p_{60}+v^4\cdot{}_4p_{60}+v^5\cdot{}_5p_{60}+v^6\cdot{}_6p_{60}+v^7\cdot{}_7p_{60}+v^8\cdot{}_8p_{60}+v^9\cdot{}_9p_{60}+v^{10}\cdot{}_{10}p_{60}$$

$$= \frac{39}{40}+\frac{38}{40}+\frac{37}{40}+\frac{36}{40}+\frac{35}{40}+\frac{34}{40}+\frac{33}{40}+\frac{32}{40}+\frac{31}{40}+\frac{30}{40}$$

$$= \frac{1}{40}\times\frac{1}{2}\times 10\times(39+30)$$

$$= 8.625$$

解答：（D）

（6）

$${}_tp_x = e^{-\int_0^t \mu_{x+s}ds} = e^{\log\frac{110-x-t}{110-x}} = \frac{110-x-t}{110-x}$$ より、

$${}_tp_x\cdot\mu_{x+t} = \frac{1}{110-x}$$

よって、

$$\bar{A}_x = \int_0^{110-x} {}_tp_x\cdot\mu_{x+t}\cdot e^{-\delta t}dt$$

$$= \int_0^{110-x}\frac{1}{110-x}\cdot e^{-\delta t}dt$$

$$= \frac{1}{110-x}\cdot\bar{a}_{\overline{110-x}|}$$

$\bar{A}_{55} = \dfrac{\bar{a}_{\overline{55}|}}{55} = 0.68273$ より、$\bar{a}_{55} = \dfrac{1-\bar{A}_{55}}{\delta} = 21.29329$

$\bar{A}_{45} = \dfrac{\bar{a}_{\overline{65}|}}{65} = 0.64072$ より、$\bar{a}_{45} = \dfrac{1-\bar{A}_{45}}{\delta} = 24.11275$

$${}_{10}V_{45}^{(\infty)} = 1-\frac{\bar{a}_{55}}{\bar{a}_{45}} = 0.11693$$

解答：（G）

（7）

この保険のファクラーの再帰式を考えると、

$${}_{t-1}V + P - v\cdot S_t\cdot q_{x+t-1} = v\cdot p_{x+t-1}\cdot{}_tV$$

ここで、$S_t = 1-0.2\cdot\dfrac{t-1}{24}$ （$1\leqq t\leqq 25$）である。

変形すると、$P = v\cdot q_{x+t-1}\cdot(S_t - {}_tV) + v\cdot{}_tV - {}_{t-1}V$ であるから $x=50, t=19$ を代入して、

$${}_{19}P^r = v\cdot q_{68}\cdot(0.85 - {}_{19}V) = 0.0139879$$

解答：（F）

(8)

x歳加入、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間n年の養老保険の一時払純保険料は、
$A_{x:\overline{n}|}=1-d\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$で表される。

$\dfrac{d}{di}d=v^2, \dfrac{d}{di}v^t=-t\cdot v^{t+1}$より

$$\begin{aligned}
\frac{d}{di}A_{x:\overline{n}|} &= -v^2\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+d\cdot\left\{\, v^2\cdot p_x+2\cdot v^3\cdot{}_2p_x+\cdots+(n-1)\cdot v^n\cdot{}_{n-1}p_x \,\right\} \\
&= -v^2\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+d\cdot v\cdot\left\{\, 1+2\cdot v\cdot p_x+3\cdot v^2\cdot{}_2p_x+\cdots+n\cdot v^{n-1}\cdot{}_{n-1}p_x \right. \\
&\qquad \left. -\left(\, 1+v\cdot p_x+v^2\cdot{}_2p_x+\cdots+v^{n-1}\cdot{}_{n-1}p_x \,\right)\right\} \\
&= -v^2\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+d\cdot v\cdot\left\{\, (I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}-\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \,\right\} \\
&= -v\cdot\left\{\, (v+d)\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-d\cdot(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|} \,\right\} \\
&= -v\cdot\left\{\, \ddot{a}_{x:\overline{n}|}-d\cdot(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|} \,\right\}
\end{aligned}$$

解答：(D)

(9)

$$a=(IA)^1_{x:\overline{n}|}+\gamma\cdot(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}\quad\cdots①$$

$$b=(DA)^1_{x:\overline{n}|}+\gamma\cdot(D\ddot{a})_{x:\overline{n}|}\quad\cdots②$$

$$c=A_{x:\overline{n}|}+\gamma\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}\quad\cdots③$$

$$d=A_x+\gamma\cdot\ddot{a}_x\quad\cdots④$$

$(n+1)\cdot$③$-$(①$+$②)より、$(n+1)\cdot c-(a+b)=(n+1)\cdot A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}$

$$A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}=\frac{(n+1)\cdot c-(a+b)}{n+1}=c-\frac{a+b}{n+1}\quad\cdots⑤$$

$x+n$ 歳加入の終身保険の一時払営業保険料を e とすると、

$$d=\left(A^1_{x:\overline{n}|}+\gamma\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}\right)+A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}\cdot e$$

$\dfrac{①+②}{n+1}$ を右辺の第1項へ、⑤を第2項へ代入すると、

$$d=\frac{a+b}{n+1}+\left(c-\frac{a+b}{n+1}\right)\cdot e$$

$$e=\frac{d-\dfrac{a+b}{n+1}}{c-\dfrac{a+b}{n+1}}=\frac{(n+1)\cdot d-a-b}{(n+1)\cdot c-a-b}$$

解答：(G)

(10)

一時払の純保険料をP、一時払の営業保険料をP^*とした場合、
ファクラーの再帰式より、

$${}_{t-1}V_{40}+P=v\cdot p_{40+t-1}\cdot{}_tV_{40}+v\cdot q_{40+t-1}\cdot P^*\qquad(t=1)\quad\cdots①$$

$${}_{t-1}V_{40}=v\cdot p_{40+t-1}\cdot{}_tV_{40}+v\cdot q_{40+t-1}\cdot P^*\qquad(t=2,3)\quad\cdots②$$

$${}_{t-1}V_{40}=v\cdot{}_tV_{40}\qquad(t=4,5,\cdots,10)\quad\cdots③$$

$${}_{t-1}V_{40}=v\cdot p_{40+t-1}\cdot{}_tV_{40}+v\cdot q_{40+t-1}\qquad(t=11,12,13,\cdots)\quad\cdots④$$

となる。

ここで、①および②より、

$$P = P^* \cdot A^{\ 1}_{40:\overline{3}|} + {}_3V_{40} \cdot A_{40:\overline{3}|}^{\ \ \ 1} \quad \cdots ⑤$$

［※ ①②式は、40歳加入、保険金年度末支払、死亡保険金額P^*、満期保険金額${}_3V_{40}$、保険期間3年、保険料一時払の保険契約の再帰式と一致するため。］

また、④より${}_{10}V_{40} = A_{50}$なので、③より、

$${}_3V_{40} = v^{10-3} \cdot A_{50} \quad \cdots ⑥$$

⑤⑥より、

$$P = P^* \cdot A^{\ 1}_{40:\overline{3}|} + \left(v^7 \cdot A_{50}\right) \cdot A_{40:\overline{3}|}^{\ \ \ 1}$$

となる。

ここで、$P^* = P + 0.05P^*$より、

$$0.95P^* = P^* \cdot A^{\ 1}_{40:\overline{3}|} + v^7 \cdot A_{50} \cdot A_{40:\overline{3}|}^{\ \ \ 1}$$

よって、$P^* = \dfrac{v^7 \cdot A_{40:\overline{3}|}^{\ \ \ 1} \cdot A_{50}}{0.95 - A^{\ 1}_{40:\overline{3}|}}$

$$= \frac{\left(\dfrac{1}{1.015}\right)^7 \times 0.9501 \times 0.6604}{0.95 - (0.9564 - 0.9501)} = 0.59907$$

解答：(J)

（１１）

x歳加入、保険料年払m年払込、保険金年度末支払、保険金額1、保険期間n年の養老保険において、責任準備金を初年度定期式責任準備金で積み立てるとしたときのチルメル割合αは、

$$\alpha = {}_{m-1}P_{x+1:\overline{n-1}|} - v \cdot q_x$$

$$= \frac{A_{x+1:\overline{n-1}|}}{\ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|}} - v \cdot q_x \quad \cdots ①$$

と表せる。

いま、

$$\ddot{a}_{x:\overline{m}|} = 1 + v \cdot p_x \cdot \ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|} \quad より \quad \ddot{a}_{x+1:\overline{m-1}|} = \frac{\ddot{a}_{x:\overline{m}|} - 1}{v \cdot p_x} \quad \cdots ②$$

$$A_{x:\overline{n}|} = v \cdot q_x + v \cdot p_x \cdot A_{x+1:\overline{n-1}|} \quad より \quad A_{x+1:\overline{n-1}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|} - v \cdot q_x}{v \cdot p_x} \quad \cdots ③$$

①に②、③を代入すると

$$\alpha = \frac{A_{x:\overline{n}|} - v \cdot q_x}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|} - 1} - v \cdot q_x$$

よって、

$$v = \frac{A_{x:\overline{n}|} + \alpha \cdot (1 - \ddot{a}_{x:\overline{m}|})}{q_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|}}$$

この式に、$\alpha = 0.04$、$\ddot{a}_{30:\overline{20}|} = 15.5745$、$A_{30:\overline{30}|} = 0.5961$、$q_{30} = 0.00086$を代入して予定利率$i$を計算すると、$i = 0.02089$

解答：(D)

（１２）

変更時点の解約返戻金は

$$ {}_{10}V_{50:\overline{20}|} = 1 - \frac{\ddot{a}_{60:\overline{10}|}}{\ddot{a}_{50:\overline{20}|}} = 1 - \frac{N_{60}-N_{70}}{N_{50}-N_{70}} \cdot \frac{D_{50}}{D_{60}} = 0.457019 $$

これを原資に購入できる払済保険を考えると、

$$ {}_{10}V_{50:\overline{20}|} = S_1 \cdot \left(A_{60:\overline{10}|} + 0.002 \cdot \ddot{a}_{60:\overline{10}|} \right) = S_1 \cdot \left(1 - d \cdot \ddot{a}_{60:\overline{10}|} + 0.002 \cdot \ddot{a}_{60:\overline{10}|} \right) $$

$$ = S_1 \cdot \left\{ 1 + \left(0.002 - \frac{i}{1+i} \right) \cdot \frac{N_{60}-N_{70}}{D_{60}} \right\} = 0.885841 \cdot S_1 $$

よって、S_1=0.515915

一方、同じ原資で購入できる延長保険を考えると、定期部分の保険金１に対して、

$$ A^{1}_{60:\overline{10}|} + 0.001 \ddot{a}_{60:\overline{10}|} = 1 - d \cdot \ddot{a}_{60:\overline{10}|} - A_{60:\overline{10}|}^{\;\;\,1} + 0.001 \cdot \ddot{a}_{60:\overline{10}|} $$

$$ = 1 + \left(0.001 - \frac{i}{1+i} \right) \cdot \frac{N_{60}-N_{70}}{D_{60}} - \frac{D_{70}}{D_{60}} = 0.121955 $$

が必要であり、残りの原資で生存保険を購入することになる。つまり、

$$ {}_{10}V_{50:\overline{20}|} - \left(A^{1}_{60:\overline{10}|} + 0.001 \cdot \ddot{a}_{60:\overline{10}|} \right) = S_2 \cdot \left(A_{60:\overline{10}|}^{\;\;\,1} + 0.001 \cdot \ddot{a}_{60:\overline{10}|} \right) $$

$$ = S_2 \cdot \left(\frac{D_{70}}{D_{60}} + 0.001 \cdot \frac{N_{60}-N_{70}}{D_{60}} \right) = 0.763886 \cdot S_2 $$

よって、S_2=0.438631

以上より求める値はS_2/S_1=0.8502

解答：（G）

（１３）

$$ {}_{\infty}q_{\underset{1\,2}{wx}\overset{3}{y}z} = \int_0^{\infty} {}_tq_w \cdot {}_tp_{xyz} \cdot \mu_{x+t} \cdot {}_{\infty}q^{\;\;1}_{y+t,\,z+t}\, dt $$

ここで、$ {}_{\infty}q^{\;\;1}_{y+t,\,z+t} = \int_0^{\infty} {}_sp_{y+t,\,z+t} \cdot \mu_{y+t+s}\, ds $

$$ = \int_0^{\infty} {}_sp_{y+t,\,z+t} \cdot B \cdot c^{y+t+s} ds $$

$$ = \frac{c^{y+t}}{c^{y+t}+c^{z+t}} \cdot \int_0^{\infty} {}_sp_{y+t,\,z+t} \cdot B \cdot c^{s} \cdot (c^{y+t}+c^{z+t}) ds $$

$$ = \frac{c^{y+t}}{c^{y+t}+c^{z+t}} \cdot \int_0^{\infty} {}_sp_{y+t,\,z+t} \cdot (\mu_{y+t+s} + \mu_{z+t+s}) ds $$

$$ = \frac{c^{y+t}}{c^{y+t}+c^{z+t}} \cdot \int_0^{\infty} {}_sp_{y+t,\,z+t} \cdot \mu_{y+t+s,\,z+t+s}\, ds $$

$$ = \frac{c^{y+t}}{c^{y+t}+c^{z+t}} \cdot {}_{\infty}q_{y+t,\,z+t} $$

$$ = \frac{c^{y+t}}{c^{y+t}+c^{z+t}} $$

よって、$ {}_{\infty}q_{\underset{1\,2}{wx}\overset{3}{y}z} = \int_0^{\infty} {}_tq_w \cdot {}_tp_{xyz} \cdot \mu_{x+t} \cdot \frac{c^{y+t}}{c^{y+t}+c^{z+t}} dt $

$$ = \frac{c^{y}}{c^{y}+c^{z}} \cdot \int_0^{\infty} (1 - {}_tp_w) \cdot {}_tp_{xyz} \cdot \mu_{x+t}\, dt $$

$$= \frac{c^y}{c^y + c^z} \cdot \left({}_\infty q^1_{xyz} - {}_\infty q_{w\overset{1}{x}yz} \right)$$

ここで、${}_\infty q^1_{xyz}$ および ${}_\infty q_{w\overset{1}{x}yz}$ を上と同様にして計算すると、

$${}_\infty q^1_{xyz} = \frac{c^x}{c^x + c^y + c^z}$$

$${}_\infty q_{w\overset{1}{x}yz} = \frac{c^x}{c^w + c^x + c^y + c^z}.$$

よって、

$${}_\infty q_{\underset{1}{w}\underset{2}{x}\overset{3}{y}z} = \frac{c^y}{c^y + c^z} \cdot \left(\frac{c^x}{c^x + c^y + c^z} - \frac{c^x}{c^w + c^x + c^y + c^z} \right)$$

解答：（I）

（１４）

$q^i_x = \dfrac{d^{ii}_x}{l^{ii}_x + \dfrac{i_x}{2}}$ より、$q^i_{52} = 0.02323992$、$q^i_{53} = 0.02483701$、$q^i_{54} = 0.02645652$、$q^i_{55} = 0.02801120$

求める確率は、

$$\begin{aligned} \frac{{}_2q^i_{54}}{l^{aa}_{52}} \cdot \left(l^{ii}_{54} - l^{ii}_{52} \cdot {}_2p^i_{52} \right) &= \frac{0.02645652 + (1 - 0.02645652) \times 0.02801120}{92{,}828} \\ &\quad \times \{1{,}667 - 1{,}378 \times (1 - 0.02323992) \times (1 - 0.02483701)\} \\ &= 0.00020515 \end{aligned}$$

解答：（F）

（１５）

$$\begin{aligned} P_2 - P_1 &= A^{(i)}_{x:\overline{n}|} - A^{ai}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot \frac{i_{x+t}}{l^{aa}_x} - \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot {}_{t|}q^{ai}_x = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot \frac{i_{x+t}}{l^{aa}_x} - \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot \frac{d^{ii}_{x+t} - l^{ii}_x \cdot {}_{t|}q^i_x}{l^{aa}_x} \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} \frac{v^{t+1}}{l^{aa}_x} \cdot \left(i_{x+t} - d^{ii}_{x+t} + l^{ii}_x \cdot \frac{l^i_{x+t} - l^i_{x+t+1}}{l^i_x} \right) \cdot\cdot\cdot {}_{t|}q^i_x = \frac{l^i_{x+t} - l^i_{x+t+1}}{l^i_x} \text{を代入} \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} \frac{v^{t+1}}{l^{aa}_x} \cdot \left(l^{ii}_{x+t+1} - l^{ii}_{x+t} - l^{ii}_x \cdot \frac{l^i_{x+t+1} - l^i_{x+t}}{l^i_x} \right) \cdot\cdot\cdot l^{ii}_{x+t+1} = l^{ii}_{x+t} + i_{x+t} - d^{ii}_{x+t} \text{ を代入} \end{aligned}$$

解答：①（C）、②（D）、ア（F）、イ（E）、ウ（F）、エ（E）

問題2．

①	(ヨ)	②	(ノ)	③	(ウ)	④	(キ)	⑤	(ク)
⑥	(タ)	⑦	(サ)	⑧	(チ)	⑨	(シ)	⑩	(ミ)
⑪	(ム)	⑫	(カ)	⑬	(ハ)	⑭	(マ)	⑮	(ヒ)
⑯	(フ)	(①および②は順不同)							

題意の年金は、次の2つの部分に分けることができる。

(a) 被保険者 X 、Y のいずれかが死亡した年度末以降支払われる20年確定年金を保証する連生死亡保険部分

この部分の年金現価は、$A_{xy}\cdot\ddot{a}_{\overline{20|}}$ ・・・(i)

(b) 被保険者 X 、Y のいずれかが死亡してから20年以上経過した年度末でも、その時点から10年前に生存者がいた場合には年金が支払われる部分

例えば、第 $(t+20)$ 年度末において、X および Y の1人が第 t 年度末までに死亡していても、他の1人が第 $(t+10)$ 年度末に生存していた場合には年金が支払われ、この場合の支払額の現価は $v^{t+20}\cdot\left\{(1-{}_tp_y)\cdot{}_{t+10}p_x+(1-{}_tp_x)\cdot{}_{t+10}p_y\right\}$ である。

よって、この部分の年金現価は $\displaystyle\sum_{t=1}^{\infty}v^{t+20}\cdot\left\{(1-{}_tp_y)\cdot{}_{t+10}p_x+(1-{}_tp_x)\cdot{}_{t+10}p_y\right\}$ ・・・(ii)

$$(\text{ii})=v^{20}\cdot{}_{10}p_x\cdot\sum_{t=1}^{\infty}v^t\cdot(1-{}_tp_y)\cdot{}_tp_{x+10}+v^{20}\cdot{}_{10}p_y\cdot\sum_{t=1}^{\infty}v^t\cdot(1-{}_tp_x)\cdot{}_tp_{y+10}$$

$$=v^{10}\cdot A_{x:\overset{1}{\overline{10|}}}\cdot(a_{x+10}-a_{x+10,y})+v^{10}\cdot A_{y:\overset{1}{\overline{10|}}}\cdot(a_{y+10}-a_{x,y+10})$$

よって、(i)と(ii)を加え、題意の年金現価は

$$A_{xy}\cdot\ddot{a}_{\overline{20|}}+v^{10}\cdot A_{x:\overset{1}{\overline{10|}}}\cdot(a_{x+10}-a_{x+10,y})+v^{10}\cdot A_{y:\overset{1}{\overline{10|}}}\cdot(a_{y+10}-a_{x,y+10})$$

となる。

さて、この年金現価は、第20年度末までに支払われる年金現価 A と第21年度末以降に支払われる年金現価 B に分けて求めることもできる。

$$A=\sum_{t=1}^{20}v^t\cdot(1-{}_tp_{xy})$$

$$B=\sum_{t=1}^{\infty}v^{t+20}\cdot({}_tp_{xy}-{}_{t+20}p_{xy})+\sum_{t=1}^{\infty}v^{t+20}\cdot\left\{(1-{}_tp_y)\cdot{}_{t+10}p_x+(1-{}_tp_x)\cdot{}_{t+10}p_y\right\}$$

より、題意の年金現価は

$$A+B=\sum_{t=1}^{20}v^t\cdot(1-{}_tp_{xy})+\sum_{t=1}^{\infty}v^{t+20}\cdot({}_tp_{xy}-{}_{t+20}p_{xy})+\sum_{t=1}^{\infty}v^{t+20}\cdot\left\{(1-{}_tp_y)\cdot{}_{t+10}p_x+(1-{}_tp_x)\cdot{}_{t+10}p_y\right\}$$

$$=a_{\overline{20|}}+\sum_{t=1}^{\infty}v^{t+20}\cdot\left\{{}_tp_{xy}+(1-{}_tp_y)\cdot{}_{t+10}p_x+(1-{}_tp_x)\cdot{}_{t+10}p_y\right\}-a_{xy}$$

$$=(a_{\overline{20|}}+v^{20}\cdot a_{xy}-a_{xy})+v^{10}\cdot A_{x:\overset{1}{\overline{10|}}}\cdot(a_{x+10}-a_{x+10,y})+v^{10}\cdot A_{y:\overset{1}{\overline{10|}}}\cdot(a_{y+10}-a_{x,y+10})\quad\cdots(\text{iii})$$

と表すことができる。

ここで、$a_{\overline{20|}}+v^{20}\cdot a_{xy}-a_{xy}=a_{\overline{20|}}\cdot(1-i\cdot a_{xy})=(1+i)\cdot a_{\overline{20|}}\cdot(v-d\cdot a_{xy})=A_{xy}\cdot\ddot{a}_{\overline{20|}}$ より、

$$(\text{iii})=A_{xy}\cdot\ddot{a}_{\overline{20|}}+v^{10}\cdot A_{x:\overset{1}{\overline{10|}}}\cdot(a_{x+10}-a_{x+10,y})+v^{10}\cdot A_{y:\overset{1}{\overline{10|}}}\cdot(a_{y+10}-a_{x,y+10})$$

となり、上記で求めた年金現価と等しい。