

## 保険1(損害保険)問題

1. 次の各問に答えよ。(40点)

- (1) 料率算定法のうち、損害率法および純保険料法について簡潔に説明し、特徴を比較せよ。
- (2) 保険期間が1年の場合の分割払保険料は、一括払(年払)保険料に一定の割増を付加したものを分割回数で除すことによって得られる。割増を付加する意義と、その水準設定においていかなる点に留意すべきか述べよ。
- (3) 積立保険の予定利率は毎年度保証されるのが一般的であるが、これに対し1年を超える一定期間で予定利率が保証される仕組みを持つ商品もある。その仕組みの効果について述べよ。
- (4) ある損害保険会社が、成績の良否がわからない新しい保険種目の販売を開始した。比例再保険、超過額再保険のいずれかを用いて危険の分散・平均化を図りたい。それぞれの利用可能性について検討せよ。

2. ある新しい保険種目を発売するにあたり、年間クレーム総額  $X$ 、クレームの頻度および大きさに関するパラメータ  $Y$  について、次の事柄がわかっている。

- ・  $Y=y$  が与えられたときの  $X$  の条件付分布は、平均  $y$  の指数分布に従うこと
- ・  $Y$  の周辺分布は、逆ガンマ分布に従うこと

この種目の純保険料算出に関し、次の問(1)、(2)に答えよ。なお、解答の過程も解答用紙に記入すること。(20点)

- (1) 発売当初においては保険統計が無いことから、一般統計を用いるのが一般的である。 $Y$  の周辺分布の母数  $(s, b)$  が、一般統計を用いて  $(s_0, b_0)$  と算出されるとき、発売初年度における年間クレーム総額  $X$  の期待値を求めよ。
- (2) 発売後  $n$  年間の年間クレーム総額がそれぞれ、 $x_1, x_2, \dots, x_n$  であるとするとき、ベイジアンメソッドを用いて  $(n+1)$  年度目における年間クレーム総額  $X$  の期待値を求めよ。

注；1.  $s_0, b_0$  は既知とする。

2. 平均  $\lambda$  の指数分布の確率密度関数  $f(x)$  は、次のとおりである ( $\lambda > 0$ )。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$$

母数  $(s, b)$  の逆ガンマ分布の確率密度関数  $f(x)$  は、次のとおりである ( $s > 1, b > 0$ )。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\frac{1}{b} e^{-\frac{b}{x}}}{\left(\frac{x}{b}\right)^{s+1} \Gamma(s)} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$$

なお、 $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$  ( $x > 0$ ) に対し、必要ならば  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$  を用いてよい。

3. 次の問のうち、いずれか一問を選択して答えよ。(40点)

- (1) 料率の三原則を踏まえ、料率細分化の観点から、リスクの分類のあり方について、アクチュアリーとしての所見を述べよ。
- (2) 商品・料率の自由化や募集制度の多様化が進展する中では、損害保険会社は、より一層の効率的経営が求められている。付加保険料の算出にあたっては過去の事業費の実績を付加すべきであるという考え方について、商品面、販売面等における経営方針を付加保険料に反映させるという観点から検討した上で、付加保険料のあり方について、アクチュアリーとしての所見を述べよ。

以上

## 保険 1（損害保険） 解答例

問 1.

(1)

損害率法とは、過去の保険統計から得られる実績損害率、実績社費率等を用いて、既存の料率に対する料率改定率を求め、新しい保険料率を算出する方法である。これに対し、純保険料法とは、過去の保険統計または一般統計を用いて、事故発生頻度と平均損傷率を算出し、それらに乗じることによって純保険料を求め、これに経費のローディングを行って営業保険料を算出する方法である。

一般に、損害率法ではエクスポージャ数に関するデータが不要であることから、純保険料法に比べて統計データの収集・管理のコストを低く抑えることができる。一方、純保険料法が用いられる場合には、エクスポージャ数とともにクレーム件数および個々のクレーム額等が収集されるため、それらの統計データを用いた様々なファクターの傾向や変動等の詳細な分析が可能となり、データの蓄積に伴って精緻な統計分析を行うこともできるため、より正確度が高まるという特徴がある。

損害率法が旧料率を調整する手法であるため、過去の保険統計が不可欠であるのに対して、純保険料法では保険統計の他に一般統計を使用することが可能であり、新商品の料率算定に対しても有効である。また、純保険料法は、科学的かつ理論的な料率算定法であることから、行政当局や消費者に対して料率改定の正当性や合理性を説明するのが比較的容易であるという利点がある。

(2)

分割払契約に割増保険料を付加する意義は、保険料が収支相等の原則に基づいて定められるものであることから、①一括払いに比較して保険料払込みが遅れることによる利息の損失分を補う、②払込回数が増加することによる会社の事務費の増加分を補う、③払込回数が増加することによる集金費見合いの手数料等の増加分を補うことによって、保険会社の収支のバランスを図ることにある。

その水準設定にあたっては、上記の要因別に、利息の損失やコストの増加に見合った妥当なものとするべきことは言うまでもないが、払込回数別格差の合理性や、積立保険種目との整合性を含む種目間のバランスに留意することが必要である。また、集金手数料については、集金方式（手集金、口座振替等）の違いによる格差等にも留意しなければならない。

全体として、契約者の保険料負担の公平性を阻害することがないように留意する必要がある。代理店や営業社員が簡単に算出できるような簡明性や契約者の納得感といった点にも配慮する必要がある。

(3)

積立保険における予定利率は、一定期間についての最低保証利率であり、実際の運用がその期間を通じて予定利率を超えた場合には契約者配当金（利差配当）として事後的に精算するのに対し、実際の運用が予定利率を下回った場合には不足分については保険会社が自己の資産をもって負担しなければならない。伝統的な積立保険においては保険年度単位に予定利率を最低保証していたが（「単年度保証」）、保険期間が長期にわたる商品については、それ以上の期間（例えば10年）を通算して予定利率を最低保証する制度が導入され、これを「通期保証」という。

保険期間を通じて予想される市場金利およびその商品特性から想定されるポートフォリオに基づき予想される運用利回りを確率変数  $X$  であらわせば、予定利率  $i$  は、その下方硬直性により一般に  $i = E(X) - \delta$  ( $\delta > 0$ ) の水準で決定されるであろう。ここに  $\delta$  は、投資コスト利回りと確率変数  $X$  の標準偏差を考慮して決定される安全率の合計である。

いま  $j$  年後の予想運用利回りを確率変数  $X_j$  であらわし、 $X_j$  は同じ分布に従うと仮定して  $n$  年通期保証を考えると、通期の予想運用利回り  $Y$  は  $Y = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j$  または  $Y = \left( \prod_{j=1}^n X_j \right)^{1/n}$  のモデルであらわすことができる。一般に、

$$\Pr\left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j > i\right) > \Pr\left(\left(\prod_{j=1}^n X_j\right)^{1/n} > i\right) > \Pr(X_1 > i, X_2 > i, \dots, X_n > i)$$

が成り立つので、単年度保証よりも通期保証を導入した場合のほうが、運用利回りが予定利率を上回る確率が高くなることがわかる。したがって、保険会社にとっては通期保証を導入したほうが予定利率設定のリスクは小さいものとなる。

また  $\Pr(Y > i') = \Pr(X_1 > i', X_2 > i', \dots, X_n > i')$  となる  $i'$  ( $i' > i$ ) が存在し、運用利回りが予定利率を超過する確率が単年度保証と通期保証において同じ確率であるような予定利率水準  $i'$  を見出すことができ、通期保証を導入した場合に同じリスクで高い予定利率を設定できる。

(4)

比例再保険ではリスクの良否に関わらず全契約を出再することとなるため、不必要に保険料が流出するものの、適正なリスク評価が困難な場合には有効である。また、出再されたリスクの総体と出再会社の保有リスクの総体は同質であり、再保険者にとっては安定的な再保険といえる。

一方、超過額再保険では自己の判断で保有・出再の割合を決定することができるため、適正なリスク評価を前提とすれば、保有保険料がよりリスク集団に見あった形で確保できる。しかしながら、出再されたリスクの質は出再方針に依存するため、再保険者にとっては不安定な再保険といえる。

一般的に、成績の良否がわからない新しい保険種目にあっては、適正なリスク評価が容

易ではないため、妥当な保有・出再方針の決定ひいては再保険者の確保が難しいことから、超過額再保険の利用可能性はあまり高くなく、比例再保険が利用される場合が多い。

問 2.

(1)

$X$  の条件付分布の確率密度関数を  $p(x|Y = y)$ 、 $Y$  の周辺分布の確率密度関数を  $h(y)$  とすると、 $(X, Y)$  の同時確率密度関数  $f(x, y)$  は、 $f(x, y) = p(x|Y = y) \cdot h(y)$  である。

いま、

$$p(x|Y = y) = \frac{1}{y} e^{-\frac{x}{y}}$$

$$h(y) = \frac{\frac{1}{b_0} e^{-\frac{b_0}{y}}}{\left(\frac{y}{b_0}\right)^{s_0+1} \Gamma(s_0)}$$

であるから、 $X$  の周辺分布の確率密度関数  $g(x) = \int_0^\infty f(x, y) dy$  は、

$$g(x) = \int_0^\infty \frac{\frac{1}{b_0 \cdot y} e^{-\frac{b_0+x}{y}}}{\left(\frac{y}{b_0}\right)^{s_0+1} \Gamma(s_0)} dy$$

$$= \frac{b_0^{s_0}}{\Gamma(s_0)} \int_0^\infty \left(\frac{1}{y}\right)^{s_0+2} e^{-\frac{b_0+x}{y}} dy$$

ここで、 $\frac{b_0+x}{y} = t$  と置くと、 $y = \frac{b_0+x}{t}$ 、 $dy = -\frac{b_0+x}{t^2} dt$  なので、

$$g(x) = \frac{b_0^{s_0}}{\Gamma(s_0)} \int_\infty^0 \left(\frac{t}{b_0+x}\right)^{s_0+2} e^{-t} - \frac{b_0+x}{t^2} dt$$

$$= \frac{b_0^{s_0} \Gamma(s_0+1)}{\Gamma(s_0) \cdot (b_0+x)^{s_0+1}}$$

$$= \frac{s_0 \cdot b_0^{s_0}}{(b_0+x)^{s_0+1}}$$

したがって、発売初年度における年間クレーム総額  $X$  の期待値は、

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \int_0^{\infty} x \cdot g(x) dx \\
 &= s_0 \cdot b_0^{s_0} \left\{ \left[ \frac{x}{-s_0(b_0 + x)^{s_0}} \right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{1}{s_0(b_0 + x)^{s_0}} dx \right\} \\
 &= \left[ \frac{b_0^{s_0}}{(1 - s_0)(b_0 + x)^{s_0 - 1}} \right]_0^{\infty} \\
 &= \frac{b_0}{s_0 - 1}
 \end{aligned}$$

となる。

(2)

発売後 1 年間の年間クレーム総額が  $x_1$  であるとするとき、 $Y$  の条件付分布の確率密度関数を  $q(y|X = x_1)$  とすると、

$$\begin{aligned}
 q(y|X = x_1) &= \frac{f(x_1, y)}{g(x_1)} \\
 &= \frac{\frac{1}{b_0 \cdot y} e^{-\frac{b_0 + x_1}{y}}}{\left(\frac{y}{b_0}\right)^{s_0+1} \Gamma(s_0)} \div \frac{s_0 \cdot b_0^{s_0}}{(b_0 + x_1)^{s_0+1}} \\
 &= \frac{\frac{1}{b_0 + x_1} e^{-\frac{b_0 + x_1}{y}}}{\left(\frac{y}{b_0 + x_1}\right)^{s_0+2} \Gamma(s_0 + 1)}
 \end{aligned}$$

これは、パラメータ  $(s_0 + 1, b_0 + x_1)$  の逆ガンマ分布である。これを  $Y$  の新たな周辺分布とみなし所与の関係が成り立つものとする手法がベイジアンメソッドである。すると、第  $n + 1$  年度目の  $Y$  の周辺分布がパラメータ  $(s_0 + n - 1, b_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_n)$  の逆ガンマ分布であることが帰納的にわかり、第  $n + 1$  年度目における年間クレーム総額  $X$  の期待値は、(1) と同様に、

$$\frac{b_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_n}{s_0 + n - 1}$$

となる。

### 問3. (1)

#### 1. リスク分類の意義

##### (1) 一般論

リスク分類の意義は、それによって、料率の三原則を全うするというところにある。

すなわち、まず、「不当に差別的でない」という原則が満たされるためには、それぞれのリスクグループで、それぞれの危険度に正確に対応した料率が課せられていることが必要となるが、そのためには、適正なリスク分類が行われていることが前提となる。

また、「高すぎず」「低すぎず」という原則が満たされるためには、危険度に応じた適正な料率水準そのものを知る必要があるが、そのためには、まず適正なリスク分類が必要となる。

##### (2) 料率細分化の観点からみたリスク分類の意義

導入当初は、適正なリスク分類に基づいた料率体系であったとしても、アンダーライティング方針や社会情勢・経済情勢の変化等によって、それが、時間の経過とともに、必ずしも適正なリスク分類ではなくなってくる、ということも十分考えられる。

この場合、上記(1)でみたように、料率三原則を満足するために、料率細分化(場合によっては、リスクグループ「統合」の必要もあると考えられる)の必要があるが、この観点から見たリスク分類の意義は、おもに次の2点であろう。

##### a. アベイラビリティの確保

適正な細分化がおこなわれていないと、会社総体としてはバランスがとれた料率水準であったとしても、あるリスクグループについては必要以上の利益があり、またあるリスクグループについては採算があわない、といったことになってしまう。そのため、後者のグループに関して保険会社が契約引受に消極的となりアベイラビリティが損なわれ、社会的に問題となる。

##### b. 競争の問題

合理的な細分が行われていなければ、それぞれの危険度に見合った低い料率を用いることができないため、競争上劣勢にたたされることになる。

#### 2. リスク分類のあり方

##### (1) 一般論

リスク分類の基準となる危険標識は、下記のような条件を満たし、かつ、簡明でわかりやすいものであることが望ましい。

##### a. 数理的な妥当性、信頼性

リスクグループと危険度との間に合理的な相関関係があること。また、当然のことであるが、それなりの信頼度に基づいて料率を算出することができるように、グルー

ブは一定以上の規模であることが望ましい。

b. 数理的な公平性

リスクグループ内で危険度の同質性がみられること

c. 社会的に容認される客観性

常識の範囲で妥当と考えられるものであること

d. 法的に容認される差別であること

e. 分類の線引きが明確であること

f. プライバシーを侵害するようなものでないこと 等

また、上記（1）の条件を満たすような危険標識によって分類された料率体系は、次のような条件を満たしているのが望ましい。

イ. 適度に安定したものであること

ロ. ロス状況の変化に関して柔軟性があること

ハ. ロス抑制に対するインセンティブがあること 等

（2）料率細分化の観点からみた分類のあり方

実際の料率細分化に際しては、実務的な観点から次のような点にも考慮する必要がある。

a. コストが割高ではないこと

料率細分化はおもに純率に関して行われるものであるが、実際に細分化を実施するためには多くの事業費がかかるものと考えられ、あまりにコストのかかる細分化では、会社経営の健全性向上という大きな目標を達成できないことになってしまう。

b. 測定が可能なものであること

危険標識は、当然測定可能なものでなければならないが、細分化に際し、実際に危険標識として新たに採用するものが測定困難なものである場合には、2次的な測定可能なものでこれに代えて使用する必要がある。

c. 新体系への移行が円滑に行えること

細分化に際しては、激変緩和措置をとるなどして、移行が円滑に行えるようにする必要がある。

（3）分類の数理的な手法

各危険標識ごとの等級較差を、どのように、多数の危険標識について組合わせて、個々のグループごとの較差に合致させていくかを考えるために、代表的な数理的手法としては、Bailey-Simon法、Jung法、Minimum Bias法等の手法があり、実際の数理的展開にあたっては、ある仮定を満たすような乗法的（または加算的）数学的モデルを使用する。

3. 所見（上記のような点を踏まえ、各自、自由に意見を述べられたい。以下は一例である。）

上記1.、2. でみたように、適正な料率細分化は、保険会社・消費者双方にとって非常に望ましいものであることはいうまでもないが、過度の細分化や競争のための頻繁な細分化・統合化などは、無用の混乱を引起すだけでなく、結果的に、アベイラビリティの問題が発生したり、会社経営の健全性に支障をきたしたりすることになりかねない。

アクチュアリーとしては、まず、適正な料率検証システム・スキームを構築し、そのうえで、適正な料率体系構築を目的とした細分化の検討を、定期的に行っていく必要があると考える。

この場合、「適正な」という概念は、経営方針や内外の環境変化等によって影響を受ける部分もあるので、検証スキーム自体も、アクチュアリーとして、たえず見直していくことも必要であろう。

いずれにしても、競争のための安易な細分化は、厳に慎まなければならないと考える。

### 問3. (2)

1996年12月の日米保険協議の決着により、損害保険料率算出団体に関する法律の改正を行い1998年7月より算定会は参考純率の算出団体に移行することが決定した。これにより、算定種目の料率の遵守義務は撤廃され、各社が参考純率を参考にして算出した純保険料に自社の付加保険料をのせて保険料率を決定する制度に変更されることとなる。また1998年1月より企業向け保険の分野においては特約の自由化が解禁され、料率の自由化（＝割引競争）が加速されており、付加保険料のあり方が問われる局面になっている。

#### 1. 実際原価の評価

過去の事業費の実績は、原価計算理論でいう「実際原価」にあたり、諸要素（物価、契約高、賃率、経営効率、操業度、プロダクト・ミックス、販売チャネル等）の偶然な変動を反映する偶然な原価（accidental cost）である。つまり、「ある特定の商品群を特定のチャネルで販売する」という経営活動のもとに、ある物価水準、契約高、経営効率（例えば、営業社員1人あたりの契約件数・契約高、収入保険料、内務社員1人あたりの保有契約件数・保有契約高、収入保険料等が指標となる。）および操業度という特定の環境のなかで実現された費用である。特定年度における異常災害や景気変動等による特殊事情を考慮して異常な消費額について調整を加えたとしても、正常な経営活動という枠のなかで、そのときどきの偶然によって発生した偶然的原価という性質は変わらない。

商品や販売方法の自由化による競争激化の中においては、損害保険会社は商品および販売方法の絶えざる革新と同時に効率的な経営が求められており、過去の「正常な経営活動」は将来の経営活動と同一なものとみなすことはできなくなっている。したがって、過去の事業費の実績により将来の付加保険料を算定するにあたっては、経営環境の変化を考

慮しなければならない。

## 2. カルテル料率下の付加保険料算出の問題点

料率カルテル下の市場における付加保険料の算定にあつては、事業費の実績が後追いで翌年度以降の料率に反映する仕組みとなっており、その結果として自主的に付加保険料を圧縮するという動機付けに乏しく、効率化・合理化の努力は行われ難い傾向にあつた。実績社費の付加保険料への反映は保険会社の健全性を確保し、安定的な保険の提供を可能としてきたという側面があることは否めないが、実際支出した事業費をそのまま料率に反映させることに対する批判へ応えるため、一定の「合理化目標」を設定し付加保険料に織り込むなどの方法を採用し効率化を促進してきた。

商品や販売方法の自由化の中においては、損害保険会社は事業費を稼ぎ出す戦略商品や販売網を確保する必要がある、付加保険料の算定は保険会社の経営戦略と密接に結びつくことになる。もはや従来の「一律削減方式」が効率的経営をもたらすであろうことを期待することはできない。

## 3. 標準原価の導入

自由化の中で、絶えず新しい商品や新たな販売方法を開発していくというプロセスが重要な戦略となってくることを考慮すると、付加保険料の算定においても製造業の原価計算で採用されている「標準原価」は1つの有用な方法である。

標準原価は、原価発生許容される上限と下限の平均にほかならず、科学的手法で設定した達成目標となる規範原価(should cost)である。標準原価を設定するときは、社費や募集費などの原価発生源であるプロセスのコストを標準化しなければ、これを設定することができない。競争的市場においては、保険会社のビジネス・プロセスを標準化する際には、例えば代理店制度に代わる通信販売制度の採用、保険料比例の代理店手数料からプロフィット・コミッションへの移行、アウトソーシングによる機構のスリム化、口座振替やクレジットカード等による効率的な保険料収納など、より一層効率的なプロセスの可能性を探索せざるをえず、原価低減が行われることになる。

標準原価の設定においては、新たに開発する商品が消費する資源、予想売上高、平均単価、その商品のライフタイム（販売期間）、新たな販売方法にかかる募集費や手数料、利益目標等を評価し、付加保険料算定期間において達成されるべき目標が設定される。これに、価格変動等に備えたマージンを加えたもので付加保険料が構成される。この目標原価を作り込む作業においては、どの商品からどの程度の利益を確保するか、という商品戦略から目標利益の確保を図るという過程を経ることによって、戦略的意思決定と付加保険料の算定が直結される。

#### 4. 原価管理の必要性

料率カルテル下の市場においては、付加保険料+純保険料は直ちに保険商品の価格を意味し、保険商品の実際原価にマージンを加えて販売することが可能であった。しかし、競争的な市場においては、各保険会社は、保険商品の実際にかかった原価にマージンを加えて販売することが困難になる。保険商品の売値はすでに競争的市場で決定されており、損害保険会社がそれぞれの保険商品の売価を決定できる立場にはなくなっている。

競争的市場においては、価格決定よりも一定の品質を保った商品を開発・販売するという前提を満たしたうえで事業費が付加保険料以内であるようにコントロールする原価管理が重要なものとなってくる。

以上のような論議を踏まえたうえで、各自自由に所見を述べられたい。