年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、次のとおりとする。

- 「被保険者」とは、在職中の者をいう
- 「年金受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう
- 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう
- 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう
- 「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう
- 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年１回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年１回期初払いとする
  なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない

問題１． 次の（１）～（８）の各問について、各問の指示に従い解答しなさい。

各５点（計４０点）

（１）定常人口に達している年金制度がある。この年金制度の加入年齢はa歳$(a > 0)$であり、x歳の被保険者数l_xは次のとおりとする。

$$l_x = \begin{cases} 3a - x & (a \leq x \leq 3a) \\ 0 & (x < a,\quad 3a < x) \end{cases}$$

X年度から新規被保険者数の見込みおよび脱退の見込みを次のとおり変更した。

・新規被保険者数は変更前の2.5倍とする。ただし、加入年齢はa歳のまま変更しない。

・X年度以降の新規被保険者について、予定脱退率を変更し、変更後の被保険者数l'_xは次のとおり（ただし、$k > 0$）とする。

$$l'_x = \begin{cases} ka - x & (a \leq x \leq 3a) \\ 0 & (x < a,\quad 3a < x) \end{cases}$$

なお、X年度より前からの被保険者については、予定脱退率は変更しない。

$a = 20$とし、X年度以降の新規加入、脱退が見込みどおり推移した場合、20年後の平均年齢は変更前の平均年齢と比べて何歳低下したか。最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。
【解答欄番号１に対応】

（Ａ） 0.5	（Ｂ） 1.0	（Ｃ） 1.5	（Ｄ） 2.0	（Ｅ） 2.5
（Ｆ） 3.0	（Ｇ） 3.5	（Ｈ） 4.0	（Ｉ） 4.5	（Ｊ） 5.0

（２）ある年金制度の第１年度の期初の過去勤務債務は20,000であり、次の①、②の２つの償却方法により、第１年度の期初から特別保険料を拠出することを考える。

第16年度末において、①の償却方法による未償却過去勤務債務残高が②の償却方法による未償却過去勤務債務残高と等しくなるとするとき、αに最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。

① 20年の元利均等償却

② 前年度末の未償却過去勤務債務残高に対する一定割合α($0\% < \alpha < 100\%$)を償却

ただし、特別保険料の拠出は年１回期初払いとする。

なお、予定利率は2.5%とし、$a_{\overline{20|}}$（期末払い20年確定年金現価率）は、15.59を使用するものとする。

【解答欄番号２に対応】

（Ａ）6.7%	（Ｂ）7.2%	（Ｃ）7.7%	（Ｄ）8.2%	（Ｅ）8.7%
（Ｆ）9.2%	（Ｇ）9.7%	（Ｈ）10.2%	（Ｉ）10.7%	（Ｊ）11.2%

（３）ある年金制度において、期初に保険料Cが払い込まれ、期末に給付額Bが支払われている。また、給付支払後の積立金は10,000で定常状態になっている。また、予定利率は5.0%とする。

　ある年度の運用利回りが10.0%となったため、その年度末の積立金が10,000より大きくなった。そこで、翌年度の給付額を$1.45B$としたところ、翌年度末の積立金は10,000となった。翌年度の運用利回りは予定利率どおりであるとするとき、給付額Bの値として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。【解答欄番号 3 に対応】

（A） 1,050	（B） 1,100	（C） 1,150	（D） 1,200	（E） 1,250
（F） 1,300	（G） 1,350	（H） 1,400	（I） 1,450	（J） 1,500

（４）開放型総合保険料方式による財政運営を行っている年金制度が定常状態であるとする。（予定利率を3.0%とする。）保険料および給付は年１回期末に発生するものとする。このとき、第１年度の期初から実際の運用利回りが-1.0%で推移したとする。この場合における第n年度末の積立金が、当初の定常状態における（期初の）積立金の半分以下となる最小のnに最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。ただし、予定利率を3.0%として、毎期初に保険料を算定し直すものとする。また、必要であれば、次の諸数値を使用しなさい。【解答欄番号 4 に対応】

＜諸数値＞

$\log_{10} 2 = 0.3010$、$\log_{10} 3 = 0.4771$

（A） 10	（B） 11	（C） 12	（D） 13	（E） 14
（F） 15	（G） 16	（H） 17	（I） 18	（J） 19

（５）ある企業が発足させた定額制の制度の給付内容を変更するにあたって、脱退者に対して次の①から④のいずれかの一時金給付を行うことを検討している。

① $\alpha_{x+y}+\beta_y$　② $\alpha_x+\beta_{x+y}$　③ $\alpha_x+\beta_y$　④ $\alpha_{x+y}+\beta_{x+y}$

ここで、x、y、α、βについては

x：企業への入社日から制度発足日の前日までの勤務年数（制度発足後に入社した場合は0とする）

y：制度発足日または入社日のうちいずれか遅い日から脱退する日までの加入年数

α_m：m年に応じた一時金額（なお、$\alpha_0=0$）

β_n：n年に応じた一時金額（なお、$\beta_0=0$）

とする。なお、制度発足後に入社した場合は、入社日と制度加入日は同日とする。

財政方式に加入年齢方式を採用し、①から④のいずれかの給付を行うとした場合の制度変更直後の責任準備金をそれぞれV_1、V_2、V_3、V_4とし、未積立債務をそれぞれU_1、U_2、U_3、U_4とする。この場合、U_4を表した式として最も適切なものを次の選択肢から１つ選びなさい。なお、新規被保険者は、制度加入時の過去の勤務期間はないものとする。また、企業は制度の変更時に、Fの積立金を有しているものとする。【解答欄番号５に対応】

（A）$U_1+U_2+U_3$　（B）$U_1+U_3-U_2$　（C）$U_1+U_2-U_3$
（D）U_1+U_2-F　（E）U_1+U_3-F　（F）$2U_1+2U_2-U_3-F$
（G）$U_2+U_3-U_1$　（H）$U_2+U_3-2U_1$　（I）$U_1+U_2-2U_3$
（J）$U_1+U_3-2U_2$

（６）脱退・保険料の払い込み・給付の支払いが連続的に起こる年金制度を考える。この年金制度における単位時間あたりの１人あたりの標準保険料として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、計算の前提を次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。
【解答欄番号 6 に対応】

＜計算の前提＞
・財政方式は加入年齢方式を採用
・加入年齢から定年年齢までの期間は40年とする
・中途脱退時の給付は、加入年数×20万円を一時金として支払うものとする。なお、定年到達による脱退時には加入年数×3万円を年金額として脱退時から15年確定年金を支払うものとする。
・給付額の算定に用いる加入年数は連続値をとるものとする
・利力 δ は $\delta=0.03$ とする
・年齢 x 歳における脱退力 μ_x は $\mu_x=0.08$（年齢に依らず一定）とする

＜諸数値＞
$e^{2.2}=9.0250$、$e^{0.45}=1.5683$

（A）147,000円　（B）149,000円　（C）151,000円　（D）153,000円　（E）155,000円
（F）157,000円　（G）159,000円　（H）161,000円　（I）163,000円　（J）165,000円

（７）定常人口にある年金制度において、開放基金方式の計算基礎である将来加入が見込まれる被保険者数の見込みについて、第t年度末の財政再計算において、第$t+1$年度から第$t+10$ 年度までの10年間、第t年度の50%水準に減少することを計算に見込み、その後第$t+11$年度以降100%の水準に戻ることを計算に見込むことを考える。このとき、第t年度末の財政再計算における標準保険料率と特別保険料率の合計として最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、標準保険料率および特別保険料率はそれぞれ小数点以下第４位を四捨五入し小数点以下第３位まで求めなさい。また、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば次の将来加入が見込まれる被保険者数の見込み変更前の第t年度末の諸数値を使用しなさい。【解答欄番号７に対応】

＜計算の前提＞
・財政方式は開放基金方式を採用
・被保険者の新規加入は年１回期初に発生する
・被保険者の新規加入時の年齢および給与に変更はない
・給与のベースアップは見込まない
・標準保険料と特別保険料の払い込みは給与比例で年１回期初に発生する
・新規加入、保険料の払い込みは、「新規加入→保険料の払い込み」の順で発生する
・特別保険料率は未積立債務を10年間の元利均等償却で拠出するものとし、償却期間中の在職中の被保険者の給与総額は1,200から変動しないものとして算定する
・財政再計算の結果、将来加入が見込まれる被保険者数の見込み以外の計算基礎率に変更はないものとする

＜将来加入が見込まれる被保険者数の見込み変更前の第t年度末の諸数値＞

S^p	年金受給権者の給付現価	900
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	800
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	700
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	600
G^a	在職中の被保険者の給与現価	8,400
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	10,000
F	積立金	1,500
i	予定利率	5.5%
$\ddot{a}_{\overline{10}\vert}$	予定利率5.5%による期初払い10年確定年金現価率	7.95

（A）0.085　（B）0.087　（C）0.089　（D）0.091　（E）0.093
（F）0.095　（G）0.097　（H）0.099　（I）0.101　（J）0.103

（８）完全積立方式で運営している年金制度が、X年度初（新規加入および脱退の後、給付の前）に定常状態であった。$X+1$年度以降の新規加入を停止し、X年度初（新規加入および脱退の後、給付の前）の被保険者および年金受給権者に対してのみ給付を行うことにした。X年度初（新規加入および脱退の後、給付の前）の被保険者および年金受給権者全員に対する給付が終了するときに積立金がちょうど0になるよう、X年度以降の年金額を$X-1$年度の年金額のk倍に改善するとした場合、kの値に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。【解答欄番号８に対応】

＜計算の前提＞
- 予定利率は2.0%である
- 定年退職者に対し、定年退職時より一定の年金額を生死にかかわらず10年間、年１回期初に支払う
- X年度以前の新規加入は年１回期初に発生しており、新規加入年齢はちょうど40歳である
- 脱退は年１回期初に発生する
- 定年年齢は60歳であり、定年による脱退は定年到達時の期初に発生する
- 新規被保険者の見込みを除き、$X+1$年度以降の計算基礎率はX年度以前のものから変更しない
- 新規加入、脱退、給付は、「新規加入→脱退→給付」の順で発生する

（A）2.0	（B）2.1	（C）2.2	（D）2.3	（E）2.4
（F）2.5	（G）2.6	（H）2.7	（I）2.8	（J）2.9

問題２． 次の（１）～（５）の各問について、各問の指示に従い解答しなさい。

各６点（計３０点）

（１）定常状態にある企業の年金制度について考察する。次の（ア）～（ウ）の①～⑨について、最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。【解答欄番号 1～9 に対応】

［制度内容］

加入時期	年１回期初加入
給付内容	「全加入期間における毎期初の給与の累計額（定年到達時は（定年年齢－１）歳までの累計とする）$\times\alpha$」の年金額を、脱退時から年１回期初払いで生死に関わらずn年間支払う
昇給時期	年１回期初昇給
脱退時期	年１回期末脱退（死亡による脱退は発生しない） 定年退職は定年到達時の期初に脱退
拠出方法	「昇給後給与総額×保険料率」を年１回期初払い
財政方式	加入年齢方式（加入年齢x_e歳）

［記号の意味］

x_e	加入年齢
x_r	定年年齢
L_x	x歳の被保険者数
B_x	x歳の１人あたり給与
b_x	x歳の給与指数
i	予定利率$\left(v=\dfrac{1}{1+i}\right)$
$\ddot{a}_{\overline{n}\vert}$	予定利率iによる期初払いn年確定年金現価率

［その他の前提］

・D_x、C_x等の計算基数は、生存脱退のみを考えた場合の期初拠出、期末脱退に対応したもの

・$x<y$のとき、$b_x<b_y$である

・責任準備金は期初の昇給直後・加入直後・保険料の払い込み直前のもの

（ア）この制度の標準保険料率P_{x_e}、制度全体の被保険者の責任準備金Vは次の通り表せる。

$$P_{x_e} = \left[\left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} C_x \cdot \boxed{①} + D_{x_r} \cdot \sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y\right) \Big/ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot b_x\right)\right] \cdot \alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}$$

$$V = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot B_x \left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y \cdot \boxed{②} + D_{x_r} \cdot \boxed{③}\right) \Big/ (D_x \cdot b_x)\right] \cdot \alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}$$

$$-P_{x_e} \cdot \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot B_x \left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \cdot b_y\right) \Big/ (D_x \cdot b_x)\right]$$

［（ア）～（ウ）共通の選択肢］

（A）	b_x	（B）	b_y	（C）	b_z	（D）	$\sum_{y=x_e}^{x-1} b_y$
（E）	$\sum_{y=x_e}^{x} b_y$	（F）	$\sum_{z=x_e}^{x_r-1} b_z$	（G）	$\sum_{z=x_e}^{y-1} b_z$	（H）	$\sum_{z=x_e}^{y} b_z$
（I）	$\sum_{z=x}^{y} b_z$	（J）	$\sum_{z=x}^{x_r-1} b_z$	（K）	$\sum_{z=y}^{x_r-1} b_z$	（L）	1
（M）	β	（N）	β^2	（O）	$(1+\beta)$	（P）	$(1+\beta)^2$
（Q）	$\frac{1}{1+\beta}$	（R）	$\left(\frac{1}{1+\beta}\right)^2$	（S）	$>$	（T）	$=$
（U）	$<$						

（イ）ある昇給時期に一律βのベースアップがあった場合のベースアップ後の責任準備金V'、ベースアップにより発生する後発過去勤務債務Uは次の通り表せる。なお、ここでいうベースアップとは、過去の給与累計には影響せず、将来にわたって給与が従前の$(1+\beta)$倍$(\beta>0)$となるものとする。

$$V'=\sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x\cdot B_x\left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y\cdot\boxed{②}+D_{x_r}\cdot\boxed{③}\right)/(D_x\cdot b_x)\right]\cdot\alpha\cdot\ddot{a}_{\bar{n}|}$$

$$+\sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x\cdot B_x\left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y\cdot\boxed{④}+D_{x_r}\cdot\boxed{⑤}\right)/(D_x\cdot b_x)\right]\cdot\alpha\cdot\ddot{a}_{\bar{n}|}\cdot\boxed{⑥}$$

$$-P_{x_e}\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x\cdot B_x\left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\cdot b_y\right)/(D_x\cdot b_x)\right]\cdot\boxed{⑦}$$

$$U=\boxed{⑧}\cdot\left\{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x\cdot B_x\left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y\cdot\boxed{④}+D_{x_r}\cdot\boxed{⑤}\right)/(D_x\cdot b_x)\right]\cdot\alpha\cdot\ddot{a}_{\bar{n}|}-P_{x_e}\right.$$

$$\left.\cdot\sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x\cdot B_x\left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y\cdot b_y\right)/(D_x\cdot b_x)\right]\right\}$$

［（ア）～（ウ）共通の選択肢］

（A）	b_x	（B）	b_y	（C）	b_z	（D）	$\sum_{y=x_e}^{x-1} b_y$
（E）	$\sum_{y=x_e}^{x} b_y$	（F）	$\sum_{z=x_e}^{x_r-1} b_z$	（G）	$\sum_{z=x_e}^{y-1} b_z$	（H）	$\sum_{z=x_e}^{y} b_z$
（I）	$\sum_{z=x}^{y} b_z$	（J）	$\sum_{z=x}^{x_r-1} b_z$	（K）	$\sum_{z=y}^{x_r-1} b_z$	（L）	1
（M）	β	（N）	β^2	（O）	$(1+\beta)$	（P）	$(1+\beta)^2$
（Q）	$\frac{1}{1+\beta}$	（R）	$\left(\frac{1}{1+\beta}\right)^2$	（S）	$>$	（T）	$=$
（U）	$<$						

（ウ）拠出方法以外の制度内容は上表の［制度内容］と同じ条件で、拠出方法を「昇給後給与総額×保険料率（年１回期初払い)」から「新規加入者加入後の期初被保険者数×保険料（年１回期初払い)」に変更した場合、変更後の被保険者の責任準備金V''と（ア）の責任準備金Vの大小関係は

V $\boxed{⑨}$ V''となる。

［(ア）～（ウ）共通の選択肢］

（A）	b_x	（B）	b_y	（C）	b_z	（D）	$\sum_{y=x_e}^{x-1} b_y$
（E）	$\sum_{y=x_e}^{x} b_y$	（F）	$\sum_{z=x_e}^{x_r-1} b_z$	（G）	$\sum_{z=x_e}^{y-1} b_z$	（H）	$\sum_{z=x_e}^{y} b_z$
（I）	$\sum_{z=x}^{y} b_z$	（J）	$\sum_{z=x}^{x_r-1} b_z$	（K）	$\sum_{z=y}^{x_r-1} b_z$	（L）	1
（M）	β	（N）	β^2	（O）	$(1+\beta)$	（P）	$(1+\beta)^2$
（Q）	$\frac{1}{1+\beta}$	（R）	$\left(\frac{1}{1+\beta}\right)^2$	（S）	$>$	（T）	$=$
（U）	$<$						

（２）加入年齢 40 歳、定年年齢 60 歳で、中途脱退者に対しては加入年数× 1の一時金、定年退職者に対しては年金額 2 を定年退職直後から年 1 回期初に支払う 10 年保証期間付終身年金を支給する年金制度がある。加入は年 1 回期初に発生し、脱退は年 1 回期末に発生し、保険料は年 1 回期初に払い込むものとする。財政方式は加入年齢方式とする。このとき、次の（ア）、（イ）の各問について答えなさい。なお、必要であれば次の基数表および諸数値を使用しなさい。

＜基数表＞

年齢x	D_x	N_x	S_x	C_x	M_x	R_x
40	9,974	157,000	2,207,324	308	6,145	103,158
60	2,441	38,988	442,942	25	1,490	28,181
70	1,619	18,328	152,829	39	1,172	14,598
80	808	5,749	32,850	59	668	4,946

＜諸数値＞

・10 年確定年金現価率（年 1 回期初払い）: 8.971

・20 年確定年金現価率（年 1 回期初払い）: 15.979

（ア）この年金制度の標準保険料率として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
【解答欄番号 10 に対応】

（A）0.91　（B）0.94　（C）0.97　（D）1.00　（E）1.03
（F）1.06　（G）1.09　（H）1.12　（I）1.15　（J）1.18

（イ）この年金制度の給付について、定年退職者に支給する年金額を、保証期間中は 1、保証期間終了後は 0.5 とする 20 年保証期間付終身年金に見直すこととする。このとき、標準保険料率が（ア）の結果と一致するように中途脱退者に対して支給する一時金額を一律k倍とする。このkの値について最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、計算に使用する（ア）の標準保険料率は、（ア）で選択した解答の率を使用しなさい。【解答欄番号 11 に対応】

（A）1.40　（B）1.45　（C）1.50　（D）1.55　（E）1.60
（F）1.65　（G）1.70　（H）1.75　（I）1.80　（J）1.85

（３）年金制度AおよびBが統合することとなった。年金制度A、Bおよび統合後の年金制度について次の＜前提＞が与えられているとき、次の（ア）～（ウ）の各問について答えなさい。

＜前提＞
- A、Bおよび統合後の年金制度では、脱退者に対して10年確定年金（年１回期初払い）を支給する
- Aの年金額は、脱退時給与の一定割合を給付利率4.0%に応じた10年間の確定年金現価率（年１回期初払い）で除して計算される
- Bの年金額は、脱退時給与の一定割合（この割合はAの1.4倍とする）を給付利率2.0%に応じた10年間の確定年金現価率（年１回期初払い）で除して計算される
- A、Bおよび統合後の年金制度では、標準保険料および特別保険料は被保険者の給与に対する一定割合として設定している
- A、Bおよび統合後の年金制度では、脱退は年1回期末に発生し、保険料、給付とも年1回期初払いとする
- AとBの被保険者および年金受給権者の年齢構成、加入期間構成、年齢別給与構成は互いに等しい（すなわち、AとBは規模が異なるだけで、被保険者および年金受給権者の構成割合は等しい）
- Bの規模（被保険者数、給与総額、年金受給権者数）はAの50%である
- A、Bおよび統合後の年金制度の財政方式はいずれも開放基金方式を採用しており、予定利率はいずれも2.0%、その他の計算基礎率も同一とする
- Bの積立金はAの80%とする
- 統合前のAの前提

項目		諸数値
S^p	年金受給権者の給付現価	4,000
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	7,000
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	8,000
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	12,000
G^a	在職中の被保険者の給与現価	20,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	30,000
F	積立金	8,000
LB	在職中の被保険者の給与総額	6,000

- 確定年金現価率（年１回期初払い）

	2.0%	3.0%	4.0%
10年	9.162	8.786	8.435

（ア）統合前の年金制度Aの標準保険料率として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
【解答欄番号 12 に対応】

（A）0.40	（B）0.45	（C）0.50	（D）0.55	（E）0.60
（F）0.65	（G）0.70	（H）0.75	（I）0.80	（J）0.85

（イ）統合前の年金制度Bの責任準備金として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
【解答欄番号 13 に対応】

（A）5,000	（B）5,300	（C）5,600	（D）5,900	（E）6,200
（F）6,500	（G）6,800	（H）7,100	（I）7,400	（J）7,700

（ウ）統合後の年金制度の年金額は、脱退時給与の一定割合（この割合は年金制度Aの1.2倍とする）を給付利率3.0%に応じた10年間の確定年金現価率（年 1 回期初払い）で除して計算される。ただし、年金制度AおよびBの<u>年金受給権者については従前どおりの給付</u>とする。統合後の年金制度の標準保険料率と特別保険料率の合計の率に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、特別保険料率は統合時の未積立債務に対して10年間の元利均等償却方式によって算定するものとする。
【解答欄番号 14 に対応】

（A）0.48	（B）0.51	（C）0.54	（D）0.57	（E）0.60
（F）0.63	（G）0.66	（H）0.69	（I）0.72	（J）0.75

（４）あるキャッシュバランス制度がある。制度内容、前提および諸数値を次のとおりとするとき、次の（ア）～（ウ）の各問について答えなさい。

＜制度内容＞
・60歳から20年保証期間付終身年金（年１回期末払い）を支給する
・各年金受給権者に対する各年度の年金額は、当該年金受給権者の60歳時点の仮想個人別勘定残高を各年度の給付利率に応じた20年間の確定年金現価率（期末払い）で除した額とする
・各年度の給付利率は、当該年度の実際の運用利回りとする

＜前提＞
・予定利率は2.0%
・予定死亡率は、90歳未満の全年齢で5.0%、90歳で100%とする
・X年度以降の給付利率の見込みは2.0%
・期末において、「死亡の発生→給付の支払い」の順で発生する
・新規加入は発生しない
・X年度初において、被保険者は存在せず、65歳の受給者Yが１人存在している
・X年度初の受給者Yの給付現価は1,000である

＜諸数値＞
期末払い確定年金現価率表（$a_{\overline{n|}}$）

		予定利率		
		2.0%	3.0%	4.0%
期間（n）	15年	12.849	11.938	11.118
	20年	16.351	14.877	13.590

期末払い終身年金現価率表（a_x）

		予定利率		
		2.0%	3.0%	4.0%
年齢（x）	60歳	11.963	10.825	9.857
	65歳	11.277	10.302	9.457
	80歳	6.906	6.584	6.286

（ア）受給者Yの60歳時点の仮想個人別勘定残高として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。【解答欄番号 15 に対応】

（A）860　（B）890　（C）920　（D）950　（E）980
（F）1,010　（G）1,040　（H）1,070　（I）1,100　（J）1,130

（イ）X年度の実際の運用利回りが4.0%となり、X年度末まで受給者Yが生存したため年金が支払われた。このとき、「X年度の実際の給付利率が見込みよりも高いことによる実際の年金額と見込みの年金額の差額」として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
【解答欄番号 16 に対応】

（A）11　（B）13　（C）15　（D）17　（E）19
（F）21　（G）23　（H）25　（I）27　（J）29

（ウ）（イ）の事象の後、X年度末に財政再計算を行い、予定利率および$X+1$年度以降の給付利率の見込みについて3.0%に引き上げることとした。その他の計算基礎率は変更しない。このとき、「予定利率および給付利率の見込みを引き上げることにより発生する剰余金または不足金の額」として最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。【解答欄番号 17 に対応】

（A）10の不足　（B）8の不足　（C）6の不足　（D）4の不足　（E）2の不足
（F）2の剰余　（G）4の剰余　（H）6の剰余　（I）8の剰余　（J）10の剰余

（５）ある企業はX年度初に、定年退職者に対して生存を条件に「定年退職時給与$\times \alpha$」（αは定数）の年金額を支払う年金制度を発足させることにした。このとき、次の（ア）、（イ）の各問について答えなさい。なお、問題文に特に記載がない場合は次の＜前提＞を使用しなさい。

＜前提＞
・財政方式は加入年齢方式を採用
・定年年齢は60歳
・予定利率は2.0%
・予定昇給率は全ての年齢で3.0%
・予定脱退率は全ての年齢で8.0%（脱退には、加入中の死亡を含む）
・予定新規加入年齢は20歳
・保険料の払い込みおよび給付の支払いは年１回期初に発生する
・昇給、脱退、新規加入（制度発足時の新規加入を除く）は年１回期末に発生し、その順は「昇給→脱退→新規加入」とする
・標準保険料は被保険者の給与に対する一定割合として設定する
・制度発足時の積立金は10,000千円
・制度発足時には年金受給権者は存在しない
・制度発足時には30歳の従業員を新規に加入させる（諸数値は以下を用いること）

＜諸数値＞

年齢x	20歳	25歳	30歳
給与１円あたりの給付現価（円）s_x	1.578	2.280	3.295
給与１円あたりの給与現価（円）g_x	13.347	13.018	12.541
制度発足時の被保険者の給与総額（千円）B_x	−	−	15,000

（ア）制度発足時の未積立債務を5年間で元利均等償却する場合、特別保険料率に最も近いものをそれぞれの選択肢の中から１つ選びなさい。なお、解答にあたっては次の＜特別保険料率の計算の前提＞を使用しなさい。また、計算過程で標準保険料率を使用する場合は、小数点以下第５位を切り捨て、小数点以下第４位まで求めた数値を使用しなさい。**【解答欄番号 18 に対応】**

＜特別保険料率の計算の前提＞
・被保険者の給与に対する一定割合として設定する
・制度発足時の未積立債務が過不足なく償却されるように設定する
・償却期間中の被保険者の給与総額は変動しないものとして設定する

（Ａ）0.2083　（Ｂ）0.2212　（Ｃ）0.2383　（Ｄ）0.2598　（Ｅ）0.2877
（Ｆ）0.3045　（Ｇ）0.3287　（Ｈ）0.3435　（Ｉ）0.3665　（Ｊ）0.3821

（イ）制度発足からX年度末にかけて次の＜事象＞が発生した。このとき、X年度末の「積立金 + 特別保険料収入現価 − 責任準備金」の額に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、計算に使用する標準保険料率は（ア）の計算過程で使用した端数処理後の率を、特別保険料率は（ア）で選択した率を使用しなさい。

【解答欄番号 19 に対応】

＜事象＞

・１年間の実際の運用利回りが -3.0% となった

・X年度末の昇給実績は、全年齢において、予定していた昇給額の倍であった。
すなわち予定の昇給と合わせて6.0%昇給した

・X年度末の脱退実績は、全年齢において、予定していた脱退者数の半分であった。
すなわち被保険者の4.0%が脱退した

・X年度末に25歳の被保険者が新たに加入した。
新たに加入した被保険者の給与総額B_{25}は$9{,}000$千円であった

・運用収益、昇給、脱退、新規加入以外は計算基礎率どおりに推移した

（A）$-1{,}050$千円　（B）-950千円　（C）-850千円　（D）-750千円　（E）-650千円
（F）650千円　（G）750千円　（H）850千円　（I）950千円　（J）$1{,}050$千円

問題３． 次の（１）～（３）の各問について、各問の指示に従い解答しなさい。

各１０点（計３０点）

（１）定年退職者のみに対し定年退職時に加入年数 t に応じて一時金額 t を支給する制度Ａと、定年退職者のみに対し定年退職時から加入年数 t に応じて年金額 t を終身年金として支給する年金制度Ｂを考える。次の（ア）～（エ）の各問について答えなさい。なお、各記号の意味はそれぞれ次のとおりとし、保険料の払い込みおよび給付の支払いは期初に行われるものとする。

x_e　：制度Ａおよび年金制度Ｂの加入年齢

x_r　：制度Ａおよび年金制度Ｂの定年年齢

$\ddot{a}_x$　：年１回期初払いx歳支給開始終身年金現価率

$\ddot{a}_{\overline{t|}}$　：年１回期初払いt年確定年金現価率

$a_{\overline{t|}}$　：年１回期末払いt年確定年金現価率

l_x　：脱退残存表に基づくx歳の被保険者数

ε_x　：$\dfrac{\sum_{y=x}^{\omega} l_y}{l_x}$、なお$\omega$は最終年齢とする

d　：$\frac{i}{1+i}$（iは予定利率）

（ア）財政方式を加入時積立方式とした場合の制度Ａの定常状態における期末の積立金として最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。【解答欄番号１に対応】

（Ａ）$\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e|}}$　（Ｂ）$(x_r-x_e)\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e|}}$　（Ｃ）$(x_r-x_e)l_{x_r}$

（Ｄ）$\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e|}}l_{x_r}$　（Ｅ）$(x_r-x_e)\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e|}}l_{x_r}$　（Ｆ）$(x_r-x_e)l_{x_r} / d$

（Ｇ）$\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e|}}l_{x_r} / d$　（Ｈ）$(x_r-x_e)\ddot{a}_{\overline{x_r-x_e|}}l_{x_r} / d$

（イ）財政方式を単位積立方式とした場合の制度Ａの定常状態における期末の積立金として最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。【解答欄番号２に対応】

（Ａ）$(x_r-x_e) / d$　（Ｂ）$a_{\overline{x_r-x_e|}} / d$　（Ｃ）$\left(\varepsilon_{x_r}-\ddot{a}_{x_r}\right) / d$

（Ｄ）$(x_r-x_e)l_{x_r} / d$　（Ｅ）$a_{\overline{x_r-x_e|}}l_{x_r} / d$　（Ｆ）$\left(\varepsilon_{x_r}-\ddot{a}_{x_r}\right)l_{x_r} / d$

（Ｇ）$\left((x_r-x_e)-a_{\overline{x_r-x_e|}}\right) / d$　（Ｈ）$\left((x_r-x_e)-a_{\overline{x_r-x_e|}}\right)l_{x_r} / d$

（ウ）財政方式を退職時年金現価積立方式とした場合の年金制度Ｂの定常状態における期末の積立金として最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。【解答欄番号３に対応】

（A） $\left((x_r - x_e) - a_{\overline{x_r - x_e}|}\right) l_{x_r} / d$

（B） $\left((x_r - x_e) - \left(\varepsilon_{x_r} - \ddot{a}_{x_r}\right)\right) l_{x_r} / d$

（C） $\left(a_{\overline{x_r - x_e}|} - \left(\varepsilon_{x_r} - \ddot{a}_{x_r}\right)\right) l_{x_r} / d$

（D） $(x_r - x_e) a_{\overline{x_r - x_e}|} l_{x_r} / d$

（E） $(x_r - x_e)\left(\varepsilon_{x_r} - \ddot{a}_{x_r}\right) l_{x_r} / d$

（F） $\left(\varepsilon_{x_r} - \ddot{a}_{x_r}\right) a_{\overline{x_r - x_e}|} l_{x_r} / d$

（G） $\left(\varepsilon_{x_r} - \ddot{a}_{x_r}\right) l_{x_r} / d$

（H） $(x_r - x_e)\left(\varepsilon_{x_r} - \ddot{a}_{x_r}\right) a_{\overline{x_r - x_e}|} l_{x_r} / d$

（エ）財政方式を単位積立方式とした場合の年金制度Ｂの定常状態における期末の積立金として最も適切なものを選択肢の中から１つ選びなさい。【解答欄番号４に対応】

（A） $\left((x_r - x_e) - a_{\overline{x_r - x_e}|}\right) l_{x_r} / d$

（B） $\left((x_r - x_e) - \left(\varepsilon_{x_r} - \ddot{a}_{x_r}\right)\right) l_{x_r} / d$

（C） $\left(\left(\varepsilon_{x_r} - \varepsilon_{x_e}\right) - a_{\overline{x_r - x_e}|}\right) l_{x_r} / d$

（D） $(x_r - x_e) a_{\overline{x_r - x_e}|} l_{x_r} / d$

（E） $(x_r - x_e)\left(\varepsilon_{x_r} - \ddot{a}_{x_r}\right) a_{\overline{x_r - x_e}|} l_{x_r} / d$

（F） $\left((x_r - x_e)\varepsilon_{x_r} - a_{\overline{x_r - x_e}|} \ddot{a}_{x_r}\right) l_{x_r} / d$

（G） $\left((x_r - x_e)\varepsilon_{x_r} - a_{\overline{x_r - x_e}|} \varepsilon_{x_e}\right) l_{x_r} / d$

（H） $\left((x_r - x_e)\ddot{a}_{x_e} - a_{\overline{x_r - x_e}|} \ddot{a}_{x_r}\right) l_{x_r} / d$

（２）次の制度内容に基づく年金制度を考える。このとき、次の（ア）～（エ）の各問について答えなさい。

＜制度内容＞

加入時期	年１回期初加入
給付内容	加入年数20年以上で脱退した場合、「加入年数×10」の年金額を、脱退時から年１回期初払いの20年確定年金として支給する。
脱退時期	年１回期初脱退（死亡による脱退は発生しない） なお、定年の場合は定年到達時の期初に脱退
保険料拠出時期	年１回期初拠出（期初脱退者の拠出はなく、定年到達による脱退時の拠出もない）
定年年齢	60歳
財政方式	加入年齢方式（加入年齢 30 歳）
予定利率	3.0%

この制度の脱退残存表および人員構成は次のとおりである。また、必要であれば、次の諸数値を使用しなさい。

＜脱退残存表＞

年齢	残存者数 (※)	脱退者数
30 歳～39 歳	100,000	0
40 歳	80,000	20,000
41 歳～49 歳	80,000	0
50 歳	40,000	40,000
51 歳～59 歳	40,000	0
60 歳（定年）	0	40,000

（※）期初の脱退後の残存者数としている。

＜人員構成＞

被保険者	ちょうど 30 歳で期初に加入し現在45歳の被保険者が100名おり、それ以外の被保険者は存在しない
年金受給権者	存在しない

＜諸数値（予定利率3.0%に対応）＞

t	5	10	15	20	25	30	35
v^t	0.86	0.74	0.64	0.55	0.48	0.41	0.36
$\ddot{a}_{\overline{t}\rvert}$	4.72	8.79	12.30	15.32	17.94	20.19	22.13

（ア）１人あたりの標準保険料に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。
【解答欄番号５に対応】

（A） 10　（B） 20　（C） 30　（D） 40　（E） 50
（F） 60　（G） 70　（H） 80　（I） 90　（J） 100

（イ）制度全体の責任準備金に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、責任準備金の算定にあたって、標準保険料は（ア）で選択した値を使用しなさい。【解答欄番号６に対応】

（A） 88,643　（B） 101,089　（C） 132,762　（D） 151,661　（E） 167,086
（F） 184,494　（G） 202,327　（H） 235,013　（I） 242,265　（J） 266,892

（ウ）定年年齢を60歳から65歳に引き上げ、年金支給期間を20年から15年に変更し、年金額を「加入年数×α」とする。また、その他の制度内容および人員構成は変わらないものとする。このとき制度変更後の１人あたりの標準保険料に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、定年年齢引き上げ後の脱退残存表は次のとおりである。【解答欄番号７に対応】

年齢	残存者数 (※)	脱退者数
30 歳～39 歳	100,000	0
40 歳	80,000	20,000
41 歳～49 歳	80,000	0
50 歳	40,000	40,000
51 歳～59 歳	40,000	0
60 歳	30,000	10,000
61 歳～64 歳	30,000	0
65 歳（定年）	0	30,000

（※）期初の脱退後の残存者数としている。

（A） $4.8\times\alpha$　（B） $5.1\times\alpha$　（C） $5.5\times\alpha$　（D） $5.8\times\alpha$　（E） $6.1\times\alpha$
（F） $6.6\times\alpha$　（G） $7.0\times\alpha$　（H） $7.3\times\alpha$　（I） $7.7\times\alpha$　（J） $8.0\times\alpha$

（エ）（ウ）の制度変更を行った結果、制度変更前後で責任準備金の額が同じになるとするとき、αの値に最も近いものを選択肢の中から１つ選びなさい。なお、制度変更後の責任準備金の算定にあたって、標準保険料は（ウ）で選択したものを使用しなさい。【解答欄番号８に対応】

（A） 12.6　（B） 12.9　（C） 13.2　（D） 13.5　（E） 13.9
（F） 14.2　（G） 14.5　（H） 15.0　（I） 15.3　（J） 15.7

（３）ある年金制度は開放基金方式によって財政運営を行っており、当該制度の財政決算および財政再計算を考える。このとき、次の（ア）～（エ）の各問について答えなさい。

＜給付内容＞
・中途退職者に対し「加入年数× 40万円」で算定される金額を一時金として支払う
・定年退職者に対しては加入年数に基づき算定される金額を年金または一時金として支払う
・保険料の払い込みは年１回期初に行われ、脱退および給付の支払いは年１回期末に行われる
・当該年金制度はX年度末に財政再計算を実施する予定であり、財政再計算後の１人あたり標準保険料は万円単位（１万円未満は四捨五入とする）で設定するものとする
・X年度末における財政再計算後の諸数値は以下のとおりである

項目		X年度末（財政再計算後）
S^P	年金受給権者の給付現価	210,000百万円
S^a_{PS}	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	190,000百万円
S^a_{FS}	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	140,000百万円
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	150,000百万円
G^a	在職中の被保険者の人数現価	520,000人
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の人数現価	550,000人
F	積立金	450,000百万円
i	予定利率	3.0%

（ア）財政再計算後のX年度末の剰余金の額に最も近いものを選択肢（単位：百万円）の中から１つ選びなさい。【解答欄番号 9 に対応】

（A）44,500　（B）45,600　（C）46,700　（D）47,800　（E）48,900
（F）50,000　（G）51,100　（H）52,200　（I）53,300　（J）54,400

（イ）財政再計算後に将来期間分の給付を一律 10%改善し、剰余金を活用して財政再計算後の標準保険料率を維持することを考える。このとき、給付改善後の剰余金の額に最も近いものを選択肢（単位：百万円）の中から１つ選びなさい。【解答欄番号 10 に対応】

（A）18,000　（B）19,000　（C）20,000　（D）21,000　（E）22,000
（F）23,000　（G）24,000　（H）25,000　（I）26,000　（J）27,000

＜以下の問では、（イ）下線部の給付改善を実施しなかった場合について考える＞

$X+1$年度において以下の事象が発生した。

・積立金の運用利回りは7.0%であり予定利率を上回った

・$X+1$年度の給付額は15,200百万円、保険料収入が9,250百万円であった

・被保険者の脱退状況は、42歳（脱退時の加入年数20年）の被保険者のうち30名が期末に脱退し、給付（当該30名の脱退者全員分）が支払われた。その他の被保険者の脱退は予定どおりであった。なお、42歳の被保険者の予定脱退率はゼロ、$X+1$年度末時点の１人あたり責任準備金は10百万円である

・$X+1$年度末の財政決算では、利差、脱退差および前年度末剰余金にかかる予定利息以外の損益は発生していない。なお、利差は積立金および払込保険料の運用利回りが予定利率と異なる場合に発生し、脱退差は被保険者の脱退状況が予定と相違した場合に発生するものとする

（ウ）$X+1$年度における脱退差により発生する剰余金の額に最も近いものを選択肢（単位：百万円）の中から１つ選びなさい。【解答欄番号 11 に対応】

（A）0	（B）10	（C）58	（D）60	（E）62
（F）247	（G）300	（H）309	（I）540	（J）556

（エ）$X+1$年度末の剰余金の額に最も近いものを選択肢（単位：百万円）の中から１つ選びなさい。【解答欄番号 12 に対応】

（A）53,000	（B）57,000	（C）61,000	（D）65,000	（E）69,000
（F）73,000	（G）77,000	（H）81,000	（I）85,000	（J）89,000

以上

年金数理（解答例）

問題１.

（１）

変更前の平均年齢は次のとおりとなる。

$$\frac{\int_a^{3a} x \cdot l_x dx}{\int_a^{3a} l_x\, dx} = \frac{\int_a^{3a} (3ax - x^2) dx}{\int_a^{3a} (3a - x)\, dx} = \frac{\left[\frac{3}{2}ax^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_a^{3a}}{\left[3ax - \frac{1}{2}x^2\right]_a^{3a}} = \frac{5}{3}a$$

変更後の新規被保険者の被保険者数l'_xは条件から$l'_a = 2.5 \times l_a\ = 5a$、$x$の係数は$-1$であるため、$l'_x = 6a - x(a \le x \le 3a)$となる。

変更後の平均年齢は次のとおりとなる。

$$\frac{\int_a^{2a} x \cdot l'_x dx + \int_{2a}^{3a} x \cdot l_x dx}{\int_a^{2a} l'_x\, dx + \int_{2a}^{3a} l_x\, dx} = \frac{\int_a^{2a} (6ax - x^2) dx + \int_{2a}^{3a} (3ax - x^2) dx}{\int_a^{2a} (6a - x)\, dx + \int_{2a}^{3a} (3a - x)\, dx}$$

$$= \frac{\left[3ax^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_a^{2a} + \left[\frac{3}{2}ax^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_{2a}^{3a}}{\left[6ax - \frac{1}{2}x^2\right]_a^{2a} + \left[3ax - \frac{1}{2}x^2\right]_{2a}^{3a}}$$

$$= \frac{47}{30}a$$

変更前の平均年齢と変更後の平均年齢の差は次のとおりとなる。

$$\frac{5}{3}a - \frac{47}{30}a = 0.1a = 2$$

よって、解答は(**D**)

（２）

①の償却方法による年間の特別保険料Pは、

$$P = \frac{20{,}000}{1.025 \times 15.59} = 1{,}251.584 \cdots$$

第t年度末の①の償却方法による未償却過去勤務債務残高、第t年度末の②の償却方法による未償却過去勤務債務残高をそれぞれ、U_t^1、U_t^2とすると、U_{16}^1は第17年度初から第20年度初の特別保険料の現価であることから、

$U_{16}^1 = \left(1 + \frac{1}{1.025} + \frac{1}{1.025^2} + \frac{1}{1.025^3}\right) \times P = 4{,}826.137\cdots$

また、U_{16}^2はαを用いて次のとおり表すことができる。

$U_1^2 = (U_0^2 - \alpha U_0^2) \times 1.025 = U_0^2 \times 1.025(1-\alpha) = 20{,}000 \times 1.025(1-\alpha)$

$U_2^2 = (U_1^2 - \alpha U_1^2) \times 1.025 = U_1^2 \times 1.025(1-\alpha) = 20{,}000 \times \{1.025(1-\alpha)\}^2$

$\vdots$

$U_{16}^2 = 20{,}000 \times \{1.025(1-\alpha)\}^{16}$

以上より、

$20{,}000 \times \{1.025(1-\alpha)\}^{16} = 4{,}826.137\cdots$

$1.025(1-\alpha) = 0.9149779\cdots$

$\alpha = 0.1073386\cdots$

よって、解答は（**I**）

（3）

積立金をF、予定利率をiとすると、この年金制度では以下の極限方程式が成立する。

$(F + C) \times (1 + i) - B = F\cdots$①

運用利回りが$j = 10.0\%$となった年度末の積立金を$F + \Delta F$とすると、以下の式が成立する。

$(F + C) \times (1 + j) - B = F + \Delta F\cdots$②

翌年度末の給付金を$B + \Delta B$とすると、運用利回りがiのもとで、以下の式が成立する。

$(F + \Delta F + C) \times (1 + i) - (B + \Delta B) = F\cdots$③

①と③より、$\Delta F \times (1 + i) = \Delta B$、②より、$\Delta F = jF + (1 + j)C - B$が成立する。

したがって、$\Delta B = (1 + i) \times \{jF + (1 + j)C - B\}\cdots$④

①より、$B - 1.05C = 500$、④より、$1.5B - 1.155C = 1050$

したがって、$B = 1{,}250$、$C = 714$

よって、解答は（**E**）

（4）

予定利率をi、定常状態における積立金をF、保険料をC、給付額をBとすると、

$$F = F\,(1 + i) + C - B$$

である。また、第１年度末の積立金F_1は、運用利回りをi'とすると、

$$F_1 = F\,(1 + i') + C - B$$

となる。ここで、$\Delta i = i - i'$とすると、上記から

$$F_1 = F\,(1 + i - \Delta i) + C - B = F\,(1 - \Delta i)$$

開放型総合保険料方式の場合、F_1を定常状態として保険料を決定するため、F_1とF_1に基づく保険料C_1との間には、$F_1 = F_1\,(1+i) + C_1 - B$　が成立する。同様にして、
$F_2 = F(1-\Delta i)^2$　となることから、$F_n = F(1-\Delta i)^n$ となる。

また、

$$F_n \leq \frac{F}{2}$$

となるnは、上記より以下を満たすこととなる。

$$(1-\Delta i)^n \leq \frac{1}{2}$$

したがって、

$$n \geq \frac{-\log_{10} 2}{\log_{10}(1-\Delta i)} = \frac{-\log_{10} 2}{\log_{10} 0.96} = \frac{-\log_{10} 2}{5\log_{10} 2 + \log_{10} 3 - 2\log_{10} 10} = \frac{-0.3010}{-0.0179} = 16.816$$

よって、解答は（**H**）

（５）
①および④の給付設計における 1 人あたりの標準保険料は等しく、これをP_1とおく。
また、②および③の給付設計における 1 人あたりの標準保険料は等しく、これをP_2とおく。
給付γに対応する年金制度全体の給付現価をS_γとし、年金制度全体の人数現価をGとすると、各給付設計における責任準備金および未積立債務は次の算式のとおり。

$V_1 = S_{\alpha_{x+y}} + S_{\beta_y} - P_1 G$、$U_1 = V_1 - F$
$V_2 = S_{\alpha_x} + S_{\beta_{x+y}} - P_2 G$、$U_2 = V_2 - F$
$V_3 = S_{\alpha_x} + S_{\beta_y} - P_2 G$、$U_3 = V_3 - F$
$V_4 = S_{\alpha_{x+y}} + S_{\beta_{x+y}} - P_1 G$、$U_4 = V_4 - F$

上記算式より、$V_4 = V_1 + V_2 - V_3$であるから、$U_4 = V_1 + V_2 - V_3 - F = U_1 + U_2 - U_3$となる。
よって、答えは（**C**）

（６）
x_e：加入年齢
v^τ：利力δにもとづくτ年間の割引率
$l_{x_e+\tau}$：x_e歳で加入した被保険者のτ年経過した時点における残存者数
とすると、

$$v^\tau = \exp(-\delta\tau) = \exp(-0.03\tau)$$

$$l_{x_e+\tau} = l_{x_e}\exp\left(-\int_{x_e}^{x_e+\tau} \mu_y\, dy\right) = l_{x_e}\exp(-0.08\tau)$$

となる。また、連続払の15年確定年金の年金現価率$\bar{a}_{\overline{15|}}$は

$$\bar{a}_{\overline{15|}} = \frac{1-\exp(-15\delta)}{\delta} = \frac{100}{3} \cdot (1-\exp(-0.45)) = 12.0789$$

となる。求める標準保険料率 ${}^{E}P$は

$$ {}^{E}P\ \cdot \int_{0}^{40} v^{\tau}\cdot\frac{l_{x_e+\tau}}{l_{x_e}}d\tau = 10{,}000\left(\int_{0}^{40} 20\cdot\tau\cdot\mu_{x_e+\tau}v^{\tau}\cdot\frac{l_{x_e+\tau}}{l_{x_e}}d\tau + 3\cdot 40\cdot v^{40}\cdot\frac{l_{x_e+40}}{l_{x_e}}\cdot\bar{a}_{\overline{15|}}\right) $$

$$ (\textit{左辺}) = {}^{E}P\ \cdot \int_{0}^{40} v^{\tau}\cdot\frac{l_{x_e+\tau}}{l_{x_e}}d\tau $$

$$ = {}^{E}P\ \cdot \int_{0}^{40} \exp(-0.03\tau)\cdot\exp(-0.08\tau)\,d\tau $$

$$ = {}^{E}P\ \cdot \frac{100}{11}\ \cdot\{1-\exp(-4.4)\} $$

$$ = 8.9793\,{}^{E}P $$

$$ (\textit{右辺}) = 10{,}000\left(\int_{0}^{40} 20\cdot\tau\cdot\mu_{x_e+\tau}v^{\tau}\cdot\frac{l_{x_e+\tau}}{l_{x_e}}d\tau + 3\cdot 40\cdot v^{40}\cdot\frac{l_{x_e+40}}{l_{x_e}}\cdot\bar{a}_{\overline{15|}}\right) $$

$$ = 10{,}000\cdot\left\{1.6\int_{0}^{40}\tau\cdot\exp(-0.03\tau)\cdot\exp(-0.08\tau)\,d\tau\right. $$

$$ \left. + 3\cdot 40\cdot\exp(-0.03\cdot 40)\cdot\exp(-0.08\cdot 40)\cdot\bar{a}_{\overline{15|}}\right\} $$

となることから、

$$ (\textit{右辺第1項}) = 16{,}000\int_{0}^{40}\tau\cdot\exp(-0.11\tau)\,d\tau $$

$$ = 16{,}000\left[-\left(\frac{\tau}{0.11}+\frac{1}{0.11^2}\right)\exp(-0.11\tau)\right]_{0}^{40} $$

$$ = 16{,}000\left\{\frac{1}{0.11^2}-\left(\frac{40}{0.11}+\frac{1}{0.11^2}\right)\exp\left(-0.11\ \cdot\ 40\right)\right\} $$

$$ = 16{,}000\times 77.1655 $$

$$ (\textit{右辺第2項}) = 1{,}200{,}000\cdot\exp(-4.4)\cdot\bar{a}_{\overline{15|}} $$

$$ = 1{,}200{,}000\ \cdot\ 0.1483 $$

上記より、${}^{E}P = 157{,}318$
よって、解答は(**F**)

（７）

単年度あたりに新規に加入する被保険者の給付現価および給与現価をそれぞれs、gとすると次の式が成立する。

$$ S^f\quad = s + vs + v^2 s + \cdots = s\ddot{a}_{\infty} $$
$$ G^f\quad = g + vg + v^2 g + \cdots = g\ddot{a}_{\infty} $$

将来加入が見込まれる被保険者数の見込みの変更後の将来加入が見込まれる被保険者の給付現価および給与現価をそれぞれ$S^{f\prime}$、$G^{f\prime}$とすると次の式が成立する。

$$S^{f\prime} = 0.5s + 0.5vs + \cdots 0.5v^9 s + v^{10} s + v^{11} s + \cdots = (0.5\ddot{a}_{\overline{10}|} + v^{10}\ddot{a}_\infty)s = \frac{0.5\ddot{a}_{\overline{10}|} + v^{10}\ddot{a}_\infty}{\ddot{a}_\infty} S^f$$

$$G^{f\prime} = 0.5g + 0.5vg + \cdots 0.5v^9 g + v^{10} g + v^{11} g + \cdots = (0.5\ddot{a}_{\overline{10}|} + v^{10}\ddot{a}_\infty)g = \frac{0.5\ddot{a}_{\overline{10}|} + v^{10}\ddot{a}_\infty}{\ddot{a}_\infty} G^f$$

$\ddot{a}_\infty = \frac{1}{d} = 19.1818$、$\ddot{a}_{\overline{10}|} = 7.95$、$v^{10} = 0.5854$より、$S^{f\prime} = 476$、$G^{f\prime} = 7{,}926$より、

標準保険料率$= \frac{700+476}{8{,}400+7{,}926} = 0.072$ …①

責任準備金$= 900 + 800 + 700 + 476 - 0.072 \times (8{,}400 + 7{,}926) = 1{,}700$

特別保険料率$= \frac{1{,}700-1{,}500}{7.95\times 1{,}200} = 0.021$ …②

①および②から標準保険料率＋特別保険料率$= 0.093$
よって、解答は（**E**）

（８）

定常状態における給付額をBとする。X年度初の被保険者および受給権者のみに給付が行われることから、X年度から$X+20$年度までの給付額はkB、$X+21$年度からは$kB/10$ずつ減少していき$X+30$年度以降は給付額は0となる。従って、X年度初における給付現価は、

$$S = kB + kBv + \cdots + kBv^{20} + \frac{9}{10}kBv^{21} + \frac{8}{10}kBv^{22} + \cdots + \frac{1}{10}kBv^{29}.$$

vを乗じると、

$$vS = kBv + kBv^2 + \cdots + kBv^{21} + \frac{9}{10}kBv^{22} + \frac{8}{10}kBv^{23} + \cdots + \frac{1}{10}kBv^{30}.$$

両辺を引くと、

$$(1-v)S = kB - \frac{1}{10}kBv^{21} - \frac{1}{10}kBv^{22} - \cdots - \frac{1}{10}kBv^{30} = kB - \frac{1}{10}kBv^{21}\frac{1-v^{10}}{1-v}.$$

ここで、完全積立方式であることから$F_0 = B/d = B/(1-v)$が成り立っていることを用いて、Sについて整理すると、

$$S = \frac{kB}{1-v}\left(1 - \frac{v^{21}}{10}\frac{1-v^{10}}{1-v}\right) = kF_0\left(1 - \frac{v^{21}}{10}\frac{1-v^{10}}{1-v}\right).$$

X年度初において収支相等を考えると、$S = F_0$が成り立つから、

$$kF_0\left(1 - \frac{v^{21}}{10}\frac{1-v^{10}}{1-v}\right) = F_0.$$

kについて整理し、$v = 0.98039$を代入すると、

$$k = \frac{1}{1 - \frac{v^{21}}{10}\frac{1-v^{10}}{1-v}} = \frac{1}{1 - \frac{0.98039^{21}}{10}\frac{1-0.98039^{10}}{1-0.98039}} = 2.52824 \ldots$$

よって、解答は**（F）**

問題２.

（１）

（ア）

この制度の標準保険料率P_{x_e}、制度全体の被保険者の責任準備金Vは次の通り表せる。

$$P_{x_e} = \left[\left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} C_x \cdot \sum_{y=x_e}^{x} b_y + D_{x_r} \cdot \sum_{y=x_e}^{x_r-1} b_y\right) \Big/ \left(\sum_{x=x_e}^{x_r-1} D_x \cdot b_x\right)\right] \cdot \alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}$$

$$V = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot B_x \left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y \cdot \sum_{z=x_e}^{y} b_z + D_{x_r} \cdot \sum_{z=x_e}^{x_r-1} b_z\right) / (D_x \cdot b_x)\right] \cdot \alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}$$

$$-P_{x_e} \cdot \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot B_x \left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \cdot b_y\right) / (D_x \cdot b_x)\right]$$

（イ）

ベースアップ後の責任準備金V'、ベースアップにより発生する後発過去勤務債務Uは次の通り表せる。

$$V' = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot B_x \left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y \cdot \sum_{z=x_e}^{y} b_z + D_{x_r} \cdot \sum_{z=x_e}^{x_r-1} b_z\right) / (D_x \cdot b_x)\right] \cdot \alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}$$

$$+\sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot B_x \left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y \cdot \sum_{z=x}^{y} b_z + D_{x_r} \cdot \sum_{z=x}^{x_r-1} b_z\right) / (D_x \cdot b_x)\right] \cdot \alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} \cdot \beta$$

$$-P_{x_e} \cdot \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot B_x \left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \cdot b_y\right) / (D_x \cdot b_x)\right] \cdot (1+\beta)$$

$$U = \beta \cdot \left\{\sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot B_x \left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} C_y \cdot \sum_{z=x}^{y} b_z + D_{x_r} \cdot \sum_{z=x}^{x_r-1} b_z\right) / (D_x \cdot b_x)\right] \cdot \alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - P_{x_e}\right.$$

$$\left. \cdot \sum_{x=x_e}^{x_r-1} L_x \cdot B_x \left[\left(\sum_{y=x}^{x_r-1} D_y \cdot b_y\right) / (D_x \cdot b_x)\right]\right\}$$

（ウ）

教科書 P312～P313 の通り、$V < V''$となる。

よって、解答は、

①（E）②（H）③（F）④（I）⑤（J）⑥（M）⑦（O）⑧（M）⑨（U）

（2）

（ア）

求める標準保険料率をP_1とおくと、

$$P_1 = \frac{(R_{40} - R_{60} - 20M_{60}) + 2 \times D_{60}\left(\ddot{a}_{\overline{10|}} + \frac{N_{70}}{D_{60}}\right)}{N_{40} - N_{60}} = 1.064\cdots$$

となる。

よって、解答は**（F）**

（イ）

求める標準保険料率をP_2とおくと、

$$P_2 = \frac{k(R_{40} - R_{60} - 20M_{60}) + D_{60}\left(\ddot{a}_{\overline{20|}} + 0.5 \times \frac{N_{80}}{D_{60}}\right)}{N_{40} - N_{60}}$$

$P_1 = P_2$より、

$$1.06(N_{40} - N_{60}) = k(R_{40} - R_{60} - 20M_{60}) + D_{60}\left(\ddot{a}_{\overline{20|}} + 0.5 \times \frac{N_{80}}{D_{60}}\right)$$

これを解くと、$k = 1.841\cdots$

よって、解答は**（J）**

（3）

（ア）

求める標準保険料率をP_Aとおくと、

$$P_A = \frac{S_{FS}^a + S^f}{G^a + G^f} = \frac{8{,}000 + 12{,}000}{20{,}000 + 30{,}000} = 0.40$$

よって、解答は**（A）**

（イ）

求める責任準備金をV_Bとおくと、

$$V_B = (S^p + S_{PS}^a) \times 1.4 \times 50\% \times \frac{8.435}{9.162} = 7{,}089.00\cdots$$

よって、解答は**（H）**

（ウ）

標準保険料率をP、特別保険料率をP'、責任準備金をV、未積立債務をUとおくと、

$$P=\frac{0.40\times1.2\times8.435\div8.786\times(1+0.5)}{1+0.5}=0.46082\cdots$$

$$V=S^p+S^p\times1.4\times8.435\div9.162\times0.5+S^a_{PS}\times1.2\times8.435\div8.786\times(1+0.5)=18{,}674.4\cdots$$

$$U=V-F-0.8\times F=4{,}274.4\cdots$$

$$P'=\frac{U}{LB\times(1+0.5)\times\ddot{a}_{\overline{10|}}}=0.05183\cdots$$

$$P+P'=0.51265\cdots$$

よって、解答は**（B）**

（4）

（ア）

予定利率がiの場合の期末払い確定年金現価率を$a^i_{\overline{n|}}$、期末払い終身年金現価率をa^i_xとする。受給者の60歳時点の仮想個人別勘定残高をAとし、X年度初の給付現価をS_0とすると、

$$S_0=\frac{A}{a^{2.0\%}_{\overline{20|}}}\left(a^{2.0\%}_{\overline{15|}}+{}_{15}p_{65}v^{15}a^{2.0\%}_{80}\right)$$

すなわち、

$$A=\frac{S_0a^{2.0\%}_{\overline{20|}}}{a^{2.0\%}_{\overline{15|}}+{}_{15}p_{65}v^{15}a^{2.0\%}_{80}}=\frac{1{,}000\cdot16.351}{12.849+\left(\frac{0.95}{1.02}\right)^{15}\cdot6.906}=1073.868$$

よって、解答は**（H）**

（イ）

給付利率が見込みどおりだった場合の年金額Bは、

$$B=\frac{A}{a^{2.0\%}_{\overline{20|}}}=\frac{1073.868}{16.351}=65.676$$

実際の年金額B'は、

$$B'=\frac{A}{a^{4.0\%}_{\overline{20|}}}=\frac{1073.868}{13.590}=79.019$$

よって年金額の差額は

$$B'-B=13.343$$

よって、解答は**（B）**

（ウ）$v_i:=\frac{1}{1+i}$とする。

予定利率および給付利率の見込みを変更する前のX年度末の給付現価S_1は

$$S_1=\frac{A}{a^{2.0\%}_{\overline{20|}}}\left(a^{2.0\%}_{\overline{14|}}+{}_{14}p_{66}v^{14}_{2.0\%}a^{2.0\%}_{80}\right)=\frac{A}{a^{2.0\%}_{\overline{20|}}}\left(\frac{a^{2.0\%}_{\overline{15|}}}{v_{2.0\%}}-1+{}_{14}p_{66}v^{14}_{2.0\%}a^{2.0\%}_{80}\right)$$

$$=\frac{1073.868}{16.351}\left(12.849\cdot1.02-1+\left(\frac{0.95}{1.02}\right)^{14}\cdot6.906\right)=962.706$$

予定利率および給付利率の見込みを3.0%に変更した場合の給付現価S_1'は、

$$S_1' = \frac{A}{a_{\overline{20|}}^{3.0\%}}\left(a_{\overline{14|}}^{3.0\%} + {}_{14}p_{66}v_{3.0\%}^{14}a_{80}^{3.0\%}\right) = \frac{A}{a_{\overline{20|}}^{3.0\%}}\left(\frac{a_{\overline{15|}}^{3.0\%}}{v_{3.0\%}} - 1 + {}_{14}p_{66}v_{3.0\%}^{14}a_{80}^{3.0\%}\right)$$

$$= \frac{1073.868}{14.877}\left(11.938 \cdot 1.03 - 1 + \left(\frac{0.95}{1.03}\right)^{14} \cdot 6.584\right) = 968.617$$

求める金額は、$S_1' - S_1 = 5.911$（不足金）

よって、解答は**（C）**

（５）

（ア）

標準保険料率Pは、$P = \frac{S_{20}}{g_{20}} = \frac{1.578}{13.347} = 0.1182$であるから、制度発足時の責任準備金$V_0$は、

$$V_0 = B_{30}(s_{30} - Pg_{30}) = 15{,}000{,}000 \cdot (3.295 - 0.1182 \cdot 12.541) = 27{,}189{,}807$$

制度発足時の過去勤務債務PSL_0は、

$$PSL_0 = V_0 - F_0 = 27{,}189{,}807 - 10{,}000{,}000 = 17{,}189{,}807$$

5年間で元利均等償却するための特別保険料率P_{PSL}は、

$$P_{PSL} = \frac{PSL_0}{B_{30}\ddot{a}_{\overline{5|}}} = \frac{17{,}189{,}807}{15{,}000{,}000 \cdot 4.80772} = 0.2383$$

よって、解答は**（C）**

（イ）

X年度末の責任準備金V_1は、$V_1 = B_{31}(s_{31} - Pg_{31}) + B_{25}(s_{25} - Pg_{25})$となる。各数値を計算すると、

$$s_{31} = \frac{s_{30}(1+i)}{(1-q)(1+r)} = \frac{3.295 \cdot 1.02}{0.92 \cdot 1.03} = 3.5467$$

$$g_{31} = \frac{(g_{30}-1)(1+i)}{(1-q)(1+r)} = \frac{11.541 \cdot 1.02}{0.92 \cdot 1.03} = 12.4227$$

$$s_{25} = 2.280$$

$$g_{25} = 13.018$$

$$B_{31} = B_{30}(1-q')(1+r') = 15{,}000{,}000 \cdot 0.96 \cdot 1.06 = 15{,}264{,}000$$

$$B_{25} = 9{,}000{,}000$$

（ここで、iは予定利率、qは予定脱退率、rは予定昇給率、q'は実際の脱退率、r'は実際の昇給率とした。）

となるから、

$$V_1 = 15{,}264{,}000 \cdot (3.5467 - 0.1182 \cdot 12.4227) + 9{,}000{,}000 \cdot (2.280 - 0.1182 \cdot 13.018) = 38{,}395{,}185$$

X年度末の特別保険料収入現価PSL_1は、

$$PSL_1 = P_{PSL}(B_{31} + B_{25})\ddot{a}_{\overline{4|}} = 0.2383 \cdot (15{,}264{,}000 + 9{,}000{,}000) \cdot 3.88388 = 22{,}457{,}026$$

X年度末の積立金F_1は、

$$F_1 = (F_0 + PB_{30} + P_{PSL}B_{30})(1+j) = (10{,}000{,}000 + 0.1182 \cdot 15{,}000{,}000 + 0.2383 \cdot 15{,}000{,}000) \cdot 0.97$$
$$= 14{,}887{,}075$$

（ここで、jは実際の運用利回りとした。）

以上より、X年度末の「積立金＋特別保険料収入現価－責任準備金」は

$F_1 + PSL_1 - V_1 = 14{,}887{,}075 + 22{,}457{,}026 - 38{,}395{,}185 = -1{,}051{,}084$

よって、解答は**（A）**

問題３.

（１）

（ア）

加入時積立方式は、保険料の払い込み対象者は新規に加入した被保険者のみであり、これらの者のその時点における給付現価相当額を一時に払い込むこととなるので、

$${}^{In}P = \frac{D_{x_r}}{D_{x_e}}(x_r - x_e)$$

である。

したがって、保険料総額は

$${}^{In}C = l_{x_e}{}^{In}P = l_{x_e}\frac{v^{x_r}l_{x_r}}{v^{x_e}l_{x_e}}(x_r - x_e) = (x_r - x_e)v^{x_r - x_e}l_{x_r}$$

である。

一方、給付総額は$B = (x_r - x_e)l_{x_r}$であるので、定常状態における期末の積立金は

$${}^{In}F = \frac{B}{d} - \frac{{}^{In}C}{d}$$

$$= \frac{(x_r - x_e)l_{x_r}}{d} - \frac{(x_r - x_e)v^{x_r - x_e}l_{x_r}}{d}$$

$$= (x_r - x_e)\frac{1 - v^{x_r - x_e}}{d}l_{x_r}$$

$$= (x_r - x_e)\ddot{a}_{\overline{x_r - x_e}|}l_{x_r}$$

よって、解答は**（E）**

（イ）

単位積立方式におけるx歳の被保険者の払い込む保険料は、

$${}^{U}P_x = \left(\frac{1}{x_r - x_e}\right)\frac{D_{x_r}}{D_x}(x_r - x_e) = \frac{D_{x_r}}{D_x}$$

である。

したがって、保険料総額は

$$ {}^{U}C=\sum_{x=x_e}^{x_r-1}{}^{U}P_x l_x=\sum_{x=x_e}^{x_r-1}\frac{D_{x_r}}{D_x}l_x=\sum_{x=x_e}^{x_r-1}v^{x_r-x}l_{x_r}=a_{\overline{x_r-x_e}|}l_{x_r} $$

である。

一方、給付総額は$B=(x_r-x_e)l_{x_r}$であるので、定常状態における期末の積立金は

$$ {}^{U}F=\frac{B}{d}-\frac{{}^{U}C}{d}=\left((x_r-x_e)l_{x_r}-a_{\overline{x_r-x_e}|}l_{x_r}\right)/d=\left((x_r-x_e)-a_{\overline{x_r-x_e}|}\right)l_{x_r}/d $$

である。

よって、解答は**（H）**

（ウ）

退職時年金現価積立方式は、保険料の払い込み対象者はx_r歳で定年退職した被保険者であり、保険料の額は、その者の年金給付に係るその時点の給付現価相当額であるので、

$$ {}^{T}P=(x_r-x_e)\ddot{a}_{x_r} $$

である。

したがって、保険料総額は

$$ {}^{T}C=(x_r-x_e)\ddot{a}_{x_r}l_{x_r} $$

である。

一方、給付総額は

$$ B=(x_r-x_e)\sum_{x=x_r}^{\omega}l_x $$

であるので、定常状態における期末の積立金は

$$ {}^{T}F=\frac{B}{d}-\frac{{}^{T}C}{d} $$

$$ =(x_r-x_e)\left(\sum_{x=x_r}^{\omega}l_x-\ddot{a}_{x_r}l_{x_r}\right)\Big/d $$

$$ =(x_r-x_e)\left(\sum_{x=x_r}^{\omega}l_x\Big/l_{x_r}-\ddot{a}_{x_r}\right)l_{x_r}\Big/d $$

$$ =(x_r-x_e)\left(\varepsilon_{x_r}-\ddot{a}_{x_r}\right)l_{x_r}\ /\ d $$

よって、解答は**（E）**

（エ）

単位積立方式におけるx歳の被保険者の払い込む保険料は、

$$ {}^{U}P_x=\left(\frac{1}{x_r-x_e}\right)\frac{D_{x_r}}{D_x}(x_r-x_e)\ddot{a}_{x_r}=\frac{D_{x_r}}{D_x}\ddot{a}_{x_r} $$

である。

したがって、保険料総額は

$$ {}^{U}C = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} {}^{U}P_x l_x = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} \frac{D_{x_r}}{D_x} \ddot{a}_{x_r} l_x = \sum_{x=x_e}^{x_r-1} v^{x_r-x} \ddot{a}_{x_r} l_{x_r} = a_{\overline{x_r-x_e}|} \ddot{a}_{x_r} l_{x_r} $$

である。

一方、給付総額は

$$ B = (x_r - x_e) \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x $$

であるので、定常状態における期末の積立金は

$$ {}^{U}F = \frac{B}{d} - \frac{{}^{U}C}{d} $$

$$ = \left((x_r - x_e) \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x - a_{\overline{x_r-x_e}|} \ddot{a}_{x_r} l_{x_r} \right) \Big/ d $$

$$ = \left((x_r - x_e) \sum_{x=x_r}^{\omega} l_x \,/\, l_{x_r} - a_{\overline{x_r-x_e}|} \ddot{a}_{x_r} \right) l_{x_r} \Big/ d $$

$$ = \left((x_r - x_e) \varepsilon_{x_r} - a_{\overline{x_r-x_e}|} \ddot{a}_{x_r} \right) l_{x_r} / d $$

である。

よって、解答は**（F）**

（2）

制度変更前の期初のx歳の被保険者の 1 人当たりの給付現価および給与現価をそれぞれS_x、G_x、制度変更後の期初のx歳の被保険者の 1 人当たりの給付現価および給与現価をそれぞれ$S_x{}'$、$G_x{}'$とする。

（ア）

$P = \dfrac{S_{30}}{G_{30}}$である。

$$ S_{30} = \frac{1}{100{,}000 \times v^{30}} \times (40{,}000 \times 20 \times 10 \times v^{50} + 40{,}000 \times 30 \times 10 \times v^{60}) \times \ddot{a}_{\overline{20}|} $$

$$ = (80 \times v^{20} + 120 \times v^{30}) \times \ddot{a}_{\overline{20}|} $$

$$ = (80 \times 0.55 + 120 \times 0.41) \times 15.32 $$

$$ = 1{,}427.824 $$

$$ G_{30} = \frac{1}{100{,}000 \times v^{30}} \times (100{,}000 \times v^{30} + 80{,}000 \times v^{40} + 40{,}000 \times v^{50}) \times \ddot{a}_{\overline{10}|} $$

$$ = (1 + 0.8 \times v^{10} + 0.4 \times v^{20}) \times \ddot{a}_{\overline{10}|} $$

$$ = (1 + 0.8 \times 0.74 + 0.4 \times 0.55) \times 8.79 $$

$$ = 15.92748 $$

したがって、$P = \dfrac{1{,}427.824}{15.92748} = 89.64532$

よって、解答は（**I**）

（イ）

$$S_{45} = \frac{1}{80{,}000 \times v^{45}} \times (40{,}000 \times 20 \times 10 \times v^{50} + 40{,}000 \times 30 \times 10 \times v^{60}) \times \ddot{a}_{\overline{20|}}$$
$$= (100 \times v^5 + 150 \times v^{15}) \times \ddot{a}_{\overline{20|}}$$
$$= (100 \times 0.86 + 150 \times 0.64) \times 15.32$$
$$= 2{,}788.24$$
$$G_{45} = \frac{1}{80{,}000 \times v^{45}} \times \left(80{,}000 \times v^{45} \times \ddot{a}_{\overline{5|}} + 40{,}000 \times v^{50} \times \ddot{a}_{\overline{10|}}\right)$$
$$= \ddot{a}_{\overline{5|}} + 0.5 \times v^5 \times \ddot{a}_{\overline{10|}}$$
$$= 4.72 + 0.5 \times 0.86 \times 8.79$$
$$= 8.4997$$

したがって、責任準備金は
$100 \times (S_{45} - 90 \times G_{45}) = 202{,}326.7$

よって、解答は（**G**）

（ウ）

$$S_{30} = \frac{1}{100{,}000 \times v^{30}} \times (40{,}000 \times 20 \times v^{50} + 10{,}000 \times 30 \times v^{60} + 30{,}000 \times 35 \times v^{65}) \times \alpha \times \ddot{a}_{\overline{15|}}$$
$$= (0.4 \times 20 \times v^{20} + 0.1 \times 30 \times v^{30} + 0.3 \times 35 \times v^{35}) \times \alpha \times \ddot{a}_{\overline{15|}}$$
$$= (0.4 \times 20 \times 0.55 + 0.1 \times 30 \times 0.41 + 0.3 \times 35 \times 0.36) \times \alpha \times 12.30$$
$$= 115.743 \times \alpha$$
$$G_{30} = \frac{1}{100{,}000 \times v^{30}}$$
$$\times \left(100{,}000 \times v^{30} \times \ddot{a}_{\overline{10|}} + 80{,}000 \times v^{40} \times \ddot{a}_{\overline{10|}} + 40{,}000 \times v^{50} \times \ddot{a}_{\overline{10|}} + 30{,}000 \times v^{60} \times \ddot{a}_{\overline{5|}}\right)$$
$$= (1 + 0.8 \times v^{10} + 0.4 \times v^{20}) \times \ddot{a}_{\overline{10|}} + 0.3 \times v^{30} \times \ddot{a}_{\overline{5|}}$$
$$= (1 + 0.8 \times 0.74 + 0.4 \times 0.55) \times 8.79 + 0.3 \times 0.41 \times 4.72$$
$$= 16.50804$$

したがって、$P = \dfrac{115.743 \times \alpha}{16.50804} = 7.01131 \times \alpha$

よって、解答は（**G**）

（エ）

$$S_{45}=\frac{1}{80{,}000\times v^{45}}\times(40{,}000\times 20\times v^{50}+10{,}000\times 30\times v^{60}+30{,}000\times 35\times v^{65})\times\alpha\times\ddot{a}_{\overline{15|}}$$
$$=(0.5\times 20\times v^{5}+3.75\times v^{15}+13.125\times v^{20})\times\alpha\times\ddot{a}_{\overline{15|}}$$
$$=(0.5\times 20\times 0.86+3.75\times 0.64+13.125\times 0.55)\times\alpha\times 12.30$$
$$=224.090625\times\alpha$$
$$G_{45}=\frac{1}{80{,}000\times v^{45}}\times\left(80{,}000\times v^{45}\times\ddot{a}_{\overline{5|}}+40{,}000\times v^{50}\times\ddot{a}_{\overline{10|}}+30{,}000\times v^{60}\times\ddot{a}_{\overline{5|}}\right)$$
$$=(1+0.375\times v^{15})\times\ddot{a}_{\overline{5|}}+0.5\times v^{5}\times\ddot{a}_{\overline{10|}}$$
$$=(1+0.375\times 0.64)\times 4.72+0.5\times 0.86\times 8.79$$
$$=9.6325$$

したがって制度変更後の責任準備金は
$100\times(S_{45}-P\times G_{45})=15{,}666.3125\times\alpha$

制度変更前後で責任準備金の額が同じになることから、$\alpha=12.91476$

よって、解答は**（B）**

（3）

（ア）財政再計算後の標準保険料Pは、

$$P=\frac{140{,}000+150{,}000}{520{,}000+550{,}000}=0.2710\rightarrow 0.27$$

となる。

財政再計算後のX年度末責任準備金Vは、
$$V=(210{,}000+190{,}000+140{,}000+150{,}000)-0.27\times(520{,}000+550{,}000)$$
$$=690{,}000-0.27\times 1{,}070{,}000=401{,}100$$

X年度末の積立金は450,000百万円であるから剰余金の額は、48,900百万円となる。
よって、解答は**（E）**

（イ）給付改善後の責任準備金V'について考える。財政再計算後の標準保険料率を維持するため、給付改善後の責任準備金は以下のとおりとなる。
$$V'=S^{p}+S^{a}_{PS}+1.1\times\left(S^{a}_{FS}+S^{f}\right)-P\left(G^{a}+G^{f}\right)$$
$$=210{,}000+190{,}000+1.1\times(140{,}000+150{,}000)-0.27\times(520{,}000+550{,}000)$$
$$=430{,}100$$
したがって、給付改善後の剰余金の額Mは、

$M = 450{,}000 - 430{,}100 = 19{,}900$
よって、解答は**（C）**

（別解）
将来期間分の給付を一律10%改善させ、標準保険料率を維持しなかった場合の標準保険料P'は

$$P' = \left(1 + \frac{10}{100}\right)\left(\frac{S_{FS}^a + S^f}{G^a + G^f}\right)$$

である。給付改善に伴い取り崩す額は$(P' - P)\left(G^a + G^f\right)$であるため、給付改善後の剰余金の額$M$は、

$$\begin{aligned} M &= 48{,}900 - (P' - P)\left(G^a + G^f\right) \\ &= 48{,}900 - \frac{10}{100}\left(S_{FS}^a + S^f\right) \\ &= 48{,}900 - \frac{10}{100}(140{,}000 + 150{,}000) \\ &= 19{,}900 \end{aligned}$$

よって、解答は**（C）**

（ウ）42歳（脱退時の加入年数20年）の脱退者の１人あたり給付額は20×40万円$= 8$百万円となる。したがって、脱退者30名の給付総額は240百万円となる。

脱退者の１人当たり責任準備金が10百万円であるため、当該30名の脱退により積立金が240百万円減少し、責任準備金が300百万円減少していることがわかる。そのため、脱退により期末時点で60百万円の差益が発生していることになる。
よって、解答は**（D）**

（エ）$X + 1$年度の状況は以下の通り。
・利息収入
積立金450,000に対して7.0%の運用利回りであり、保険料収入が9,250百万円であるから、利息収入は、
$(450{,}000 + 9{,}250) \times 7.0\% = 32{,}148$

・積立金
$450{,}000 + 9{,}250 + 32{,}148 - 15{,}200 = 476{,}198$

・責任準備金
脱退差益が60百万円、予定利率が3.0%であることから、$X + 1$年度末の責任準備金は、
$(401{,}100 + 9{,}250) \times 1.030 - 15{,}200 - 60 = 407{,}401$

・剰余金

剰余金は積立金と責任準備金の差額であるから、$476{,}198-407{,}401=68{,}797$
よって、解答は（**E**）

以上

問題番号			正答	配点
問題１．（４０点）	（１）		**（D）**	５点
	（２）		**（I）**	５点
	（３）		**（E）**	５点
	（４）		**（H）**	５点
	（５）		**（C）**	５点
	（６）		**（F）**	５点
	（７）		**（E）**	５点
	（８）		**（F）**	５点
問題２．（３０点）	（１）	①	**（E）**	完答で２点
		②	**（H）**	
		③	**（F）**	
		④	**（I）**	完答で３点
		⑤	**（J）**	
		⑥	**（M）**	
		⑦	**（O）**	
		⑧	**（M）**	
		⑨	**（U）**	１点
	（２）	（ア）	**（F）**	３点
		（イ）	**（J）**	３点
	（３）	（ア）	**（A）**	１点
		（イ）	**（H）**	２点
		（ウ）	**（B）**	３点
	（４）	（ア）	**（H）**	２点
		（イ）	**（B）**	２点
		（ウ）	**（C）**	２点
	（５）	（ア）	**（C）**	２点
		（イ）	**（A）**	４点
問題３．（３０点）	（１）	（ア）	**（E）**	２点
		（イ）	**（H）**	２点
		（ウ）	**（E）**	３点
		（エ）	**（F）**	３点
	（２）	（ア）	**（I）**	２点
		（イ）	**（G）**	３点
		（ウ）	**（G）**	２点
		（エ）	**（B）**	３点
	（３）	（ア）	**（E）**	２点

		（イ）	**（C）**	2 点
		（ウ）	**（D）**	3 点
		（エ）	**（E）**	3 点