生保数理（問題）

問題１． 次の（１）～（６）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各４点（計２４点）

（１）$\bar{s}_{\overline{128}|} = 12\bar{a}_{\overline{64}|}$ のとき、予定利率 i（$i>0$）の値に最も近いものは次のうちどれか。

（Ａ） 1.0%　（Ｂ） 1.1%　（Ｃ） 1.2%　（Ｄ） 1.3%　（Ｅ） 1.4%
（Ｆ） 1.5%　（Ｇ） 1.6%　（Ｈ） 1.7%　（Ｉ） 1.8%　（Ｊ） 1.9%

（２）ある年齢 x 歳において、生存確率 ${}_tp_x$ と死力 μ_{x+t} の間に、${}_tp_x \cdot \mu_{x+t} = a \cdot e^{bt}$（$a \neq 0, b \neq 0, 0 \leqq t \leqq n$（$n \geqq 2$））が成り立つとき、以下の算式の①～③の空欄に当てはまる最も適切なものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

$${}_n\mathring{e}_x - {}_ne_x = \boxed{\quad ① \quad} \cdot e^{bn} + \boxed{\quad ② \quad} \cdot \sum_{k=1}^{n-1} e^{bk} + \boxed{\quad ③ \quad}$$

（Ａ） $\dfrac{1}{b}$　（Ｂ） $\dfrac{a}{b}$　（Ｃ） $\dfrac{a}{b^2}$　（Ｄ） $\dfrac{a}{b}\cdot\left(1-\dfrac{1}{b}\right)$　（Ｅ） $\dfrac{a}{b^2}\cdot\left(1-\dfrac{1}{b}\right)$

（Ｆ） $-\dfrac{1}{b}$　（Ｇ） $-\dfrac{a}{b}$　（Ｈ） $-\dfrac{a}{b^2}$　（Ｉ） $\dfrac{a}{b}\cdot\left(\dfrac{1}{b}-1\right)$　（Ｊ） $\dfrac{a}{b^2}\cdot\left(\dfrac{1}{b}-1\right)$

（３）$\displaystyle\sum_{t=1}^{n} {}_{t-1|}q_x \cdot (0.5P \cdot t \cdot v^t + v^t - P \cdot \ddot{a}_{\overline{t}|}) + {}_np_x \cdot (3v^n - P \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}) = 0$ の関係が成り立つとき、P を表す式は次のうちどれか。

（Ａ） $\dfrac{A^1_{x:\overline{n}|} + 3A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + 0.5(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|}}$

（Ｂ） $\dfrac{A^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 0.5(IA)^1_{x:\overline{n}|}} + 3A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$

（Ｃ） $\dfrac{A^1_{x:\overline{n}|} + 3A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 0.5(IA)^1_{x:\overline{n}|}}$

（Ｄ） $\dfrac{A_{x:\overline{n}|} + 3A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 0.5(IA)^1_{x:\overline{n}|}}$

（Ｅ） $\dfrac{A^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 0.5(IA)^1_{x:\overline{n}|}}$

（Ｆ） $\dfrac{A^1_{x:\overline{n}|} + 3A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + 0.5(Ia)_{x:\overline{n}|}}$

（Ｇ） $\dfrac{A^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + 0.5(IA)^1_{x:\overline{n}|}} + 3A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$

（Ｈ） $\dfrac{A^1_{x:\overline{n}|} + 3A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + 0.5(IA)^1_{x:\overline{n}|}}$

（Ｉ） $\dfrac{A_{x:\overline{n}|} + 3A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + 0.5(IA)^1_{x:\overline{n}|}}$

（Ｊ） $\dfrac{A^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} + 0.5(IA)^1_{x:\overline{n}|}}$

（４） x 歳加入、保険料年払終身払込、保険金年度末支払、保険金額 1 の終身保険において、$\ddot{a}_x = 27.87423$、$q_{x+4} = 0.00391$ とするとき、第 5 年度の危険保険料の値に最も近いものは次のうちどれか。ただし、${}_1V_{x+t}\,(t = 0,1,2,3)$ は下表のとおりとする。

t	0	1	2	3
${}_1V_{x+t}$	0.02345	0.02407	0.02473	0.02544

（Ａ） 0.00326　（Ｂ） 0.00331　（Ｃ） 0.00336　（Ｄ） 0.00341　（Ｅ） 0.00346
（Ｆ） 0.00351　（Ｇ） 0.00356　（Ｈ） 0.00361　（Ｉ） 0.00366　（Ｊ） 0.00371

（５）30 歳加入、保険料年払 20 年払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 30 年の養老保険において、責任準備金を初年度定期式責任準備金で積み立てるとしたときのチルメル割合 α の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、予定利率 $i = 1.00\%$、$\ddot{a}_{30:\overline{20|}} = 18.0846$、$A_{30:\overline{30|}} = 0.7463$、$q_{30} = 0.00059$ とする。

（Ａ） 0.039　（Ｂ） 0.040　（Ｃ） 0.041　（Ｄ） 0.042　（Ｅ） 0.043
（Ｆ） 0.044　（Ｇ） 0.045　（Ｈ） 0.046　（Ｉ） 0.047　（Ｊ） 0.048

（６） (x)、(y)、(z) の 3 生命に対し、3 人とも生存する間は毎年 5 を年度末に、第 1 死亡後はその年度末から毎年 4 を、また、第 2 死亡後はその年度末から毎年 3 を最終生存者の死亡まで支払う。ただし、同一年度に複数人死亡した場合は年度末の生存者数で判断する。

$a_{xyz} = 3$、$a_{xy} + a_{yz} + a_{zx} = 12$、$a_x + a_y + a_z = 20$ のとき、この年金の現価の値は次のうちどれか。

（Ａ） 30　（Ｂ） 32　（Ｃ） 34　（Ｄ） 36　（Ｅ） 38
（Ｆ） 40　（Ｇ） 42　（Ｈ） 44　（Ｉ） 46　（Ｊ） 48

余白ページ

問題２． 次の（１）～（８）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
各７点（計５６点）

（１）ある集団が原因 A、B、C によって減少していく 3 重脱退表を考える。$l_0 = a^2$ （a>1）、原因 A による脱退力が $\mu_x^A = \dfrac{2}{a-x}$ $(0 < x < a-1)$、原因 B による脱退力が $\mu_x^B = 0.4$、原因 C による脱退力が $\mu_x^C = 0.6$ であるとき、原因 B による脱退者数 d_x^B を表す式は次のうちどれか。

（A） $\dfrac{2}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x)^2+1\right\}-\dfrac{2}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x-1)^2+1\right\}$

（B） $\dfrac{2}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x-1)^2+1\right\}-\dfrac{2}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x-2)^2+1\right\}$

（C） $\dfrac{2}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x+1)^2+1\right\}-\dfrac{2}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x-1)^2-1\right\}$

（D） $\dfrac{2}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x)^2+1\right\}-\dfrac{2}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x-1)^2+1\right\}$

（E） $\dfrac{2}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x-1)^2+1\right\}-\dfrac{2}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x-2)^2+1\right\}$

（F） $\dfrac{3}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x)^2+1\right\}-\dfrac{3}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x-1)^2+1\right\}$

（G） $\dfrac{3}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x-1)^2+1\right\}-\dfrac{3}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x-2)^2+1\right\}$

（H） $\dfrac{3}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x+1)^2+1\right\}-\dfrac{3}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x-1)^2-1\right\}$

（I） $\dfrac{3}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x)^2+1\right\}-\dfrac{3}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x-1)^2+1\right\}$

（J） $\dfrac{3}{5}e^{-(x+1)}\cdot\left\{(a-x-1)^2+1\right\}-\dfrac{3}{5}e^{-x}\cdot\left\{(a-x-2)^2+1\right\}$

（２） x 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 n 年 $(n>5)$ の保険で、被保険者が死亡したときに次の給付を行う保険を考える。

・その死亡の直後の契約応当日から満期日（満期日を含む）まで毎年 1 の確定年金を支払う。
・ただし、上記により支払われる確定年金の支払回数が 5 回未満となる場合は、上記の確定年金の代わりに、その死亡の直後の契約応当日から毎年 1 の確定年金を 5 回支払う。

この保険の年払純保険料 P は次の算式で表される。このとき、①～④の空欄に当てはまる最も適切なものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。

$$P=\frac{\boxed{\text{①}}-\boxed{\text{②}}+\left(\boxed{\text{③}}\right)\cdot\ddot{a}_{\overline{5|}}}{\boxed{\text{④}}}$$

【①、②、④の選択肢】

（Ａ） $\ddot{a}_{\overline{n|}}$　（Ｂ） $\ddot{a}_{\overline{n-5|}}$　（Ｃ） $a_{\overline{n|}}$　（Ｄ） $a_{\overline{n-5|}}$　（Ｅ） $\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$
（Ｆ） $\ddot{a}_{x:\overline{n-5|}}$　（Ｇ） $\ddot{a}_{x+5:\overline{n-5|}}$　（Ｈ） $a_{x:\overline{n|}}$　（Ｉ） $a_{x:\overline{n-5|}}$　（Ｊ） $a_{x+5:\overline{n-5|}}$

【③の選択肢】

（Ａ） $1+{}_{5|}A^{1}_{x:\overline{n-5|}}$　（Ｂ） $1+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5|}}$　（Ｃ） $v^{n-5}\cdot{}_{n-5}p_x+{}_{5|}A^{1}_{x:\overline{n-5|}}$
（Ｄ） $v^{n-4}\cdot{}_{n-5}p_x+{}_{5|}A^{1}_{x:\overline{n-5|}}$　（Ｅ） $v^{n-5}\cdot{}_{n-5}q_x+{}_{5|}A^{1}_{x:\overline{n-5|}}$　（Ｆ） $v^{n-4}\cdot{}_{n-5}q_x+{}_{5|}A^{1}_{x:\overline{n-5|}}$
（Ｇ） $v^{n-5}\cdot{}_{n-5}p_x+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5|}}$　（Ｈ） $v^{n-4}\cdot{}_{n-5}p_x+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5|}}$　（Ｉ） $v^{n-5}\cdot{}_{n-5}q_x+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5|}}$
（Ｊ） $v^{n-4}\cdot{}_{n-5}q_x+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5|}}$

（３） x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 10 年の養老保険において、予定利率 i および予定死亡率 q_{x+t} をそれぞれ

$$i'=\alpha\cdot i+\alpha-1$$
$$q'_{x+t}=\beta\cdot q_{x+t}-\beta+1\quad(0\leqq t\leqq 9)$$

へ変更したとき、年払純保険料が $P_{x:\overline{10|}}$ から $P'_{x:\overline{10|}}$ に変化した。 $P_{x:\overline{10|}}-P'_{x:\overline{10|}}=0.00034$ であるとき、変更後の予定利率 i' の値に最も近いものは次のうちどれか。

ただし、変更前の予定利率 $i=1.50\%$、 $p_x=p_{x+1}=\cdots=p_{x+9}=\dfrac{1}{1.05}$ 、 $i'>0$ 、 $0<q'_{x+t}<1$、 $\alpha>0$ 、 $\dfrac{\beta}{\alpha}=1.02005$ とする。

（Ａ） 0.50%　（Ｂ） 0.55%　（Ｃ） 0.60%　（Ｄ） 0.65%　（Ｅ） 0.70%
（Ｆ） 0.75%　（Ｇ） 0.80%　（Ｈ） 0.85%　（Ｉ） 0.90%　（Ｊ） 0.95%

（4） x 歳加入、保険料年払全期払込、保険期間 n 年の生存保険において、被保険者が満期まで生存すれば保険金額 1 を支払い、死亡すればその保険年度末に既払込営業保険料に年 i %の利息を付けて支払う保険を考える。このとき、この保険の【①予定利率】および【②営業保険料】の値に最も近いものをそれぞれ次の選択肢の中から選びなさい。

ただし、$A_{x:\overline{n|}}^{\ \ 1}=0.4199$ 、$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}=13.4002$ 、$\ddot{a}_{\overline{n|}}=14.1339$ 、${}_n p_x=0.9200$ とする。

また、予定利率は i %とし、予定事業費は以下のとおりとする。

予定新契約費	新契約時にのみ、保険金額 1 に対し 0.025
予定維持費	毎保険年度始に、保険金額 1 に対し 0.003
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.03

【①予定利率の選択肢】

（A） 4.0%　（B） 4.2%　（C） 4.4%　（D） 4.6%　（E） 4.8%
（F） 5.0%　（G） 5.2%　（H） 5.4%　（I） 5.6%　（J） 5.8%

【②営業保険料の選択肢】

（A） 0.0360　（B） 0.0365　（C） 0.0370　（D） 0.0375　（E） 0.0380
（F） 0.0385　（G） 0.0390　（H） 0.0395　（I） 0.0400　（J） 0.0405

（5） x 歳加入、保険料年払全期払込、生存保険金額 1、保険期間 n 年の満期生存保険において、第 t 保険年度の死亡に対して第 t 保険年度末 h 年チルメル式責任準備金を年度末に支払うものとするとき、この保険の年払営業保険料を表す式は次のうちどれか。
ただし、予定事業費は予定新契約費のみとし、予定新契約費は新契約時にのみ、生存保険金額 1 に対し α とする。また、チルメル割合は α （予定新契約費に等しい）、チルメル期間 h は $h<n$ であるとし、各年度末の h 年チルメル式責任準備金は常に正であるとする。

（A） $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$

（B） $\dfrac{v^n}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$

（C） $\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}\cdot\left(v^n+\alpha\right)$

（D） $\dfrac{1}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}\cdot\left(v^n+\alpha\right)+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$

（E） $\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}\cdot\left(v^n-\alpha\right)$

（F） $\dfrac{1}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}\cdot\left(v^n-\alpha\right)+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$

（G） $\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}\cdot\left(v^n+\alpha-\dfrac{\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{h|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}}\right)$

（H） $\dfrac{1}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}\cdot\left(v^n+\alpha-\dfrac{\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{h|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}}\right)+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$

（I） $\dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}\cdot\left(v^n-\alpha-\dfrac{\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{h|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}}\right)$

（J） $\dfrac{1}{\ddot{a}_{\overline{n|}}}\cdot\left(v^n-\alpha-\dfrac{\alpha\cdot\ddot{a}_{\overline{h|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}}\right)+\dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$

（６）40 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 20 年の養老保険に加入していた契約者が、契約から 10 年経過時に次の２つの契約内容の変更を検討した。なお、10 年経過時に貸付金 L があるものとする。
また、予定利率および予定死亡率は契約内容の変更前後で同一とする。

【延長保険】
変更時点の平準純保険料式責任準備金 V を原資とした延長保険への変更。ただし、延長保険の予定事業費は毎保険年度始に死亡保険金額 1 に対し 0.001、生存保険金額 1 に対し 0.001 とする。
なお、生存保険金額を計算する際は、変更時点の平準純保険料式責任準備金 V から貸付金 L を差し引くものとし、延長保険の死亡保険金額については変更前の死亡保険金額から貸付金 L を差し引いた額に変更するものとする。ここで、貸付金 L についての利息は考慮しないものとする。

【一時払終身保険】
50 歳加入、保険金年度末支払、保険金額 0.8 の一時払終身保険への転換。転換の方法は、元の契約の変更時点の平準純保険料式責任準備金 V から貸付金 L を差し引いた金額 $(V-L)$ を、転換後契約の一時払営業保険料 P の一部に充当する方法とする。ただし、転換後の予定事業費は新契約時（転換時）のみ、$(V-L)$ を充当する前の一時払営業保険料 (P) 1 に対し 0.03 とする。

延長保険に変更する場合の生存保険金額が 0.4 となるとき、一時払終身保険への転換時に追加で払い込む必要がある一時払営業保険料 $P-(V-L)$ の値に最も近いものは次のうちどれか。
ここで、計算基数は下表のとおりとする。

x	D_x	N_x	M_x
40	53,536	1,557,511	30,522
50	45,017	1,060,834	29,342
60	36,431	648,644	26,848

（Ａ） 0.132　（Ｂ） 0.134　（Ｃ） 0.136　（Ｄ） 0.138　（Ｅ） 0.140
（Ｆ） 0.142　（Ｇ） 0.144　（Ｈ） 0.146　（Ｉ） 0.148　（Ｊ） 0.150

（７）現在 30 歳の就業者が保険料年払 10 年払込、保険金年度末支払、保険金額 500 万円、保険期間 30 年の養老保険に加入した。この保険に保険料払込免除特約を付けると、就業不能になればそれ以後の保険料払込は免除される。この特約の年払純保険料に最も近いものは次のうちどれか。
ここで、就業不能者が回復して就業者に復帰することはないものとする。また、第 10 保険年度以降に発生する就業不能に対しては免除すべき保険料がないため、第 10 保険年度以降において特約保険料の払込は必要ないものとする。
ただし、養老保険の予定事業費は以下のとおりとし、$A_{30:\overline{30|}}=0.7496$、$\ddot{a}_{30:\overline{10|}}=9.524$、$\ddot{a}_{30:\overline{30|}}=25.292$、$A^{(i)}_{30:\overline{9|}}=0.0031$、$A^{(i)}_{30:\overline{10|}}=0.0035$、$\ddot{a}^{aa}_{30:\overline{9|}}=8.608$、$\ddot{a}^{aa}_{30:\overline{10|}}=9.511$、$\ddot{a}^{a}_{30:\overline{9|}}=8.619$、$\ddot{a}^{a}_{30:\overline{10|}}=9.525$ とする。

	養老保険の予定事業費
予定新契約費	新契約時にのみ、保険金額 1 に対し 0.01
予定維持費	保険料払込中：毎保険年度始に、保険金額 1 に対し 0.002 保険料払済後：毎保険年度始に、保険金額 1 に対し 0.001
予定集金費	保険料払込のつど、営業保険料 1 に対し 0.02

（Ａ） 570 円　（Ｂ） 630 円　（Ｃ） 690 円　（Ｄ） 750 円　（Ｅ） 810 円
（Ｆ） 870 円　（Ｇ） 930 円　（Ｈ） 990 円　（Ｉ） 1,050 円　（Ｊ） 1,110 円

（8）下表の給付を行う、x 歳加入、保険料年払全期払込、入院日額 δ、保険期間 n 年の災害入院保障保険 A および B を考える。

商品	給付種類	給付内容
A	災害入院給付金	災害入院の発生時に、入院日数×入院日額を支払う。 ただし、不担保期間は 4 日で、支払限度日数は設けない。
B	災害入院給付金	災害入院の発生時に、入院日数×入院日額を支払う。 ただし、不担保期間はなく、支払限度日数は 120 日とする。

ここで、「不担保期間」とは、その期間以内の入院日数を支払の対象外とするものである。たとえば、商品 A においては、5 日以上の入院に対して「（入院日数 - 4）×入院日額」の災害入院給付金を支払う。
また、「支払限度日数」とは、一度の入院で支払われる最大の給付日数である。たとえば、商品 B においては、120 日間入院した場合、「120×入院日額」の災害入院給付金を支払うが、121 日以上入院した場合でも、「120×入院日額」の災害入院給付金を支払う。

この 2 商品について、予定死亡率、予定利率および災害入院の予定発生率は同一とする。

入院日数が i 日である災害入院の予定発生率 q^{ahi} を年齢によらず 1 年間あたり

$$q^{ahi} = \begin{cases} 10h & (1 \leqq i \leqq 20) \\ h & (21 \leqq i \leqq 180) \\ 0 & (181 \leqq i) \end{cases} \qquad （ただし、h\ は\ 0 < h < \frac{1}{360}\ を満たす定数）$$

としたとき、商品 B の年払純保険料は商品 A の年払純保険料の k 倍となったという。k の値に最も近いものは次のうちどれか。
なお、災害入院の発生および災害入院給付金の支払は入院日数によらず年央に発生するものとし、災害入院は 1 年間に 2 回以上発生しないものとする。

（A） 0.48　（B） 0.55　（C） 0.62　（D） 0.69　（E） 0.76
（F） 0.83　（G） 0.90　（H） 0.97　（I） 1.04　（J） 1.11

問題３． 次の（１）、（２）について、各問の指示に従い、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
各１０点（計２０点）

（１）予定利率を変更したときの保険価格への影響について考える。次の（ｉ）、（ii）の各問について答えなさい。

（ｉ）次の①～⑨の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

年金現価の予定利率に関する微分を計算すると、

$$\frac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{di} = (-1)\cdot \boxed{\ ①\ } \cdot \frac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{dv}$$

$$= (-1)\cdot v \cdot \boxed{\ ②\ }$$

が得られる。定期保険の一時払純保険料の予定利率に関する微分についても同様に計算すると、

$$\frac{dA^{1}_{x:\overline{n}|}}{di} = (-1)\cdot v \cdot \boxed{\ ③\ }$$

が得られる。

これらの結果を利用して、x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の養老保険の年払純保険料 $P_{x:\overline{n}|}$ 、および、x 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 n 年の定期保険の年払純保険料 $P^{1}_{x:\overline{n}|}$ の微分を計算すると、

$$\frac{dP_{x:\overline{n}|}}{di} = v \cdot \frac{\boxed{\ ④\ }}{\boxed{\ ⑤\ }} - \boxed{\ ⑥\ }$$

$$\frac{dP^{1}_{x:\overline{n}|}}{di} = \frac{v}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \cdot \left\{ \boxed{\ ⑦\ } \cdot \boxed{\ ⑧\ } - \boxed{\ ⑨\ } \right\}$$

が得られる。

（ii）予定利率が i_0 の場合の上記の養老保険の年払純保険料を $P^{(i_0)}_{x:\overline{n}|}$ と書くことにする。予定利率を 1.5%から 1.6%に変動させた場合の年払純保険料の変動 $P^{(1.6\%)}_{x:\overline{n}|} - P^{(1.5\%)}_{x:\overline{n}|}$ の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。ここで、予定利率を i_0 から $i_0 + \Delta i$ に変動させた場合の年払純保険料の変動 $P^{(i_0+\Delta i)}_{x:\overline{n}|} - P^{(i_0)}_{x:\overline{n}|}$ は、以下の近似式により計算を行うこととする。

$$P^{(i_0+\Delta i)}_{x:\overline{n}|} - P^{(i_0)}_{x:\overline{n}|} = \left.\frac{dP^{(i)}_{x:\overline{n}|}}{di}\right|_{i=i_0} \times \Delta i$$

（ $\left.\frac{dP^{(i)}_{x:\overline{n}|}}{di}\right|_{i=i_0}$ は、$i = i_0$ における i の関数 $P^{(i)}_{x:\overline{n}|}$ の微分係数を表す。）

ただし、$\ddot{a}_{x:\overline{n-1}|} = 16.243$ 、$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 16.935$ 、$(Ia)_{x:\overline{n-1}|} = 150.155$ 、$(Ia)_{x:\overline{n}|} = 163.662$ とする（いずれも予定利率が 1.5%の場合の数値）。

【（ｉ）の選択肢】

（ア）	i	（イ）	i^2	（ウ）	i^{-1}	（エ）	v	（オ）	v^2
（カ）	v^{-1}	（キ）	d	（ク）	d^2	（ケ）	d^{-1}	（コ）	$\ddot{a}_{x:\overline{n}\mid}$
（サ）	$(\ddot{a}_{x:\overline{n}\mid})^2$	（シ）	$\ddot{a}_{x:\overline{n-1}\mid}$	（ス）	$(\ddot{a}_{x:\overline{n-1}\mid})^2$	（セ）	$(I\ddot{a})_{x:\overline{n}\mid}$	（ソ）	$(I\ddot{a})_{x:\overline{n-1}\mid}$
（タ）	$(Ia)_{x:\overline{n}\mid}$	（チ）	$(Ia)_{x:\overline{n-1}\mid}$	（ツ）	$A^1_{x:\overline{n}\mid}$	（テ）	$A_{x:\overline{n}\mid}$	（ト）	$(IA)^1_{x:\overline{n}\mid}$
（ナ）	$(IA)^1_{x:\overline{n-1}\mid}$	（ニ）	$P_{x:\overline{n}\mid}$	（ヌ）	$P^1_{x:\overline{n}\mid}$	（ネ）	1	（ノ）	－1

【（ⅱ）の選択肢】

（Ａ）	－0.00100	（Ｂ）	－0.00089	（Ｃ）	－0.00078	（Ｄ）	－0.00067	（Ｅ）	－0.00056
（Ｆ）	－0.00045	（Ｇ）	－0.00034	（Ｈ）	－0.00023	（Ｉ）	－0.00012	（Ｊ）	－0.00001

（２）次の条件を満たす終身保険について考える。

《条件》
① 夫、妻、子供の 3 人を被保険者とする。
② 子供が死亡した場合はその時点で契約は消滅する。
③ 利力はδ（δは正の定数)、死力は年齢に関係なく男性2μ、女性μ（μは正の定数）とする。なお、子供の性別は男性とする。

（ⅰ）次の給付を行う場合の給付現価Aを考える。次の①～⑤の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

《給付》
夫が妻および子供よりも先に死亡した場合は、保険金 1 を即時に支払い、年額 0.2 の年金を子供が生存する限り連続して支払う。

夫をx、妻をy、子供をzとすると、給付現価Aは、

$$A=\boxed{\text{①}}+0.2\cdot\boxed{\text{②}}$$

与えられた条件から、算式を整理すると、

$$A=\frac{\boxed{\text{③}}}{\boxed{\text{④}}}+0.2\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{\boxed{\text{⑤}}}-\frac{1}{\boxed{\text{④}}}\right)$$

（ⅱ）次の給付を行う場合の給付現価Bを考える。次の⑥～⑱の空欄に当てはまる最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、同じ選択肢を複数回用いてもよい。

《給付》
妻が夫および子供よりも先に死亡した場合は保険金$\alpha\left(0<\alpha<1\right)$を即時に支払うとともに年額$\beta\left(0<\beta<0.2\right)$の年金を子供が生存する限り連続して支払う。その後、夫が子供よりも先に死亡した場合は、保険金$\left(1-\alpha\right)$を即時に支払い、年金に年額$\left(0.2-\beta\right)$を加算する。

（ⅰ）と同様にして、給付現価Bは、

$$\begin{aligned}B&=\alpha\cdot\boxed{\text{⑥}}+\left(1-\alpha\right)\cdot\boxed{\text{⑦}}+\beta\cdot\boxed{\text{⑧}}+\left(0.2-\beta\right)\cdot\boxed{\text{⑨}}\\&=\alpha\cdot\int_0^\infty v^t\cdot\boxed{\text{⑩}}\,dt+\left(1-\alpha\right)\cdot\int_0^\infty v^t\cdot\boxed{\text{⑪}}\,dt\\&\quad+\beta\cdot\int_0^\infty v^t\cdot\left(\int_0^t\boxed{\text{⑫}}\,ds\right)\cdot{}_tp_z\,dt+\left(0.2-\beta\right)\cdot\int_0^\infty v^t\cdot\left(\int_0^t\boxed{\text{⑬}}\,ds\right)\cdot{}_tp_z\,dt\\&=\alpha\cdot\frac{\boxed{\text{⑭}}}{\boxed{\text{⑮}}}+\left(1-\alpha\right)\cdot\boxed{\text{⑯}}\cdot\left(\frac{1}{\boxed{\text{⑰}}}-\frac{1}{\boxed{\text{⑮}}}\right)\\&\quad+\beta\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{\boxed{\text{⑱}}}-\frac{1}{\boxed{\text{⑮}}}\right)+\left(0.2-\beta\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\boxed{\text{⑮}}}-\frac{1}{\boxed{\text{⑰}}}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\boxed{\text{⑱}}}\right)\end{aligned}$$

（ⅲ）（ⅰ）、（ⅱ）の両方の給付を行う終身保険について、保険料の払込は夫が生存している限り行うものとした場合、連続払純保険料の値に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、$\delta=0.01$、$\mu=0.01$、$\alpha=0.5$、$\beta=0.1$とする。

【①～⑨、⑭～⑱の選択肢】

（ア）	$\bar{a}_{x}$	（イ）	$\bar{a}_{y}$	（ウ）	$\bar{a}_{z}$	（エ）	$\bar{a}_{xy}$	（オ）	$\bar{a}_{yz}$
（カ）	$\bar{a}_{xz}$	（キ）	$\bar{a}_{xyz}$	（ク）	$\bar{a}_{xy\mid z}$	（ケ）	$\bar{a}_{x\mid yz}$	（コ）	$\bar{a}_{y\mid xz}$
（サ）	$\bar{a}_{\overset{1}{x}y\mid z}$	（シ）	$\bar{a}_{x\overset{1}{y}\mid z}$	（ス）	$\bar{a}_{\overset{2}{x}y\mid z}$	（セ）	$\bar{a}_{x\overset{2}{y}\mid z}$	（ソ）	$\bar{A}_{x}$
（タ）	$\bar{A}_{y}$	（チ）	$\bar{A}_{\overset{1}{x}yz}$	（ツ）	$\bar{A}_{x\overset{1}{y}z}$	（テ）	$\bar{A}_{\overset{2}{x}\underset{1}{y}z}$	（ト）	$\bar{A}_{\underset{1}{x}\overset{2}{y}z}$
（ナ）	$\bar{A}_{\overline{xyz}}$	（ニ）	0	（ヌ）	1	（ネ）	2	（ノ）	δ
（ハ）	μ	（ヒ）	2μ	（フ）	3μ	（ヘ）	4μ	（ホ）	5μ
（マ）	$\delta+\mu$	（ミ）	$\delta+2\mu$	（ム）	$\delta+3\mu$	（メ）	$\delta+4\mu$	（モ）	$\delta+5\mu$

【⑩～⑬の選択肢】

（ア）	${}_{t}p_{x}\cdot\mu_{x+t}$	（イ）	${}_{t}p_{y}\cdot\mu_{y+t}$	（ウ）	${}_{t}p_{xy}$
（エ）	${}_{t}p_{xy}\cdot\mu_{x+t}$	（オ）	${}_{t}p_{xy}\cdot\mu_{y+t}$	（カ）	${}_{t}p_{xyz}$
（キ）	${}_{t}p_{xyz}\cdot\mu_{x+t}$	（ク）	${}_{t}p_{xyz}\cdot\mu_{y+t}$	（ケ）	${}_{t}p_{xyz}\cdot\mu_{z+t}$
（コ）	${}_{t}p_{x}\cdot\left(1-{}_{t}p_{y}\right)\cdot\mu_{x+t}$	（サ）	$\left(1-{}_{t}p_{x}\right)\cdot{}_{t}p_{y}\cdot\mu_{y+t}$	（シ）	${}_{t}p_{xz}\cdot\left(1-{}_{t}p_{y}\right)\cdot\mu_{x+t}$
（ス）	${}_{t}p_{xz}\cdot\left(1-{}_{t}p_{y}\right)\cdot\mu_{z+t}$	（セ）	$\left(1-{}_{t}p_{x}\right)\cdot{}_{t}p_{yz}\cdot\mu_{y+t}$	（ソ）	$\left(1-{}_{t}p_{x}\right)\cdot{}_{t}p_{yz}\cdot\mu_{z+t}$
（タ）	${}_{s}p_{x}\cdot\mu_{x+s}$	（チ）	${}_{s}p_{y}\cdot\mu_{y+s}$	（ツ）	${}_{s}p_{xy}$
（テ）	${}_{s}p_{xy}\cdot\mu_{x+s}$	（ト）	${}_{s}p_{xy}\cdot\mu_{y+s}$	（ナ）	${}_{s}p_{xyz}$
（ニ）	${}_{s}p_{xyz}\cdot\mu_{x+s}$	（ヌ）	${}_{s}p_{xyz}\cdot\mu_{y+s}$	（ネ）	${}_{s}p_{xyz}\cdot\mu_{z+s}$
（ノ）	${}_{s}p_{x}\cdot\left(1-{}_{s}p_{y}\right)\cdot\mu_{x+s}$	（ハ）	$\left(1-{}_{s}p_{x}\right)\cdot{}_{s}p_{y}\cdot\mu_{y+s}$	（ヒ）	${}_{s}p_{xz}\cdot\left(1-{}_{s}p_{y}\right)\cdot\mu_{x+s}$
（フ）	${}_{s}p_{xz}\cdot\left(1-{}_{s}p_{y}\right)\cdot\mu_{z+s}$	（ヘ）	$\left(1-{}_{s}p_{x}\right)\cdot{}_{s}p_{yz}\cdot\mu_{y+s}$	（ホ）	$\left(1-{}_{s}p_{x}\right)\cdot{}_{s}p_{yz}\cdot\mu_{z+s}$

【（iii）の選択肢】

（A）	0.1025	（B）	0.1125	（C）	0.1225	（D）	0.1325	（E）	0.1425
（F）	0.1525	（G）	0.1625	（H）	0.1725	（I）	0.1825	（J）	0.1925

以上

生保数理（解答例）

問題１．

設問	解答	配点	設問	解答	配点
（１）	**（Ｈ）**	４点	（４）	**（Ｄ）**	４点
（２）	①**（Ｄ）**②**（Ｂ）** ③**（Ｃ）**	４点	（５）	**（Ｅ）**	４点
（３）	**（Ｃ）**	４点	（６）	**（Ｇ）**	４点

※（２）は完答の場合のみ得点。

（１）

$\bar{s}_{\overline{128}|}=\dfrac{(1+i)^{128}-1}{\delta}$、$\bar{a}_{\overline{64}|}=\dfrac{1-(1+i)^{-64}}{\delta}$ より、$(1+i)^{128}-1=12\left\{1-\dfrac{1}{(1+i)^{64}}\right\}$ である。

ここで、$(1+i)^{64}=x$ $(i>0$ より $x>1)$ とすると、$x^2-1=12\dfrac{x-1}{x}$

$x-1\neq 0$ より、両辺を $\dfrac{x-1}{x}$ で割り整理すると、$x^2+x-12=0$

これより、$(x-3)\cdot(x+4)=0$　ここで $x>1$ より、$x=3$

よって、$(1+i)^{64}=3$ となる。

これより、$1+i=3^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}=1.01731$

したがって、$i=1.7\%$

解答**（Ｈ）**

（２）

$${}_tp_x\cdot\mu_{x+t}=-\frac{1}{l_x}\cdot\frac{dl_{x+t}}{dt}=a\cdot e^{bt}$$ より、 $${}_tp_x=1+\frac{a}{b}-\frac{a}{b}e^{bt}$$

また、

$${}_n\mathring{e}_x=\int_0^n {}_tp_x dt=\int_0^n\left(1+\frac{a}{b}-\frac{a}{b}e^{bt}\right)dt=n+\frac{an}{b}-\frac{a}{b^2}e^{bn}+\frac{a}{b^2}$$

$${}_ne_x=\sum_{k=1}^{n}{}_kp_x=n+\frac{an}{b}-\frac{a}{b}e^{bn}-\frac{a}{b}\cdot\sum_{k=1}^{n-1}e^{bk}$$

であるから、

$${}_n\mathring{e}_x-{}_ne_x=\frac{a}{b}\cdot\left(1-\frac{1}{b}\right)e^{bn}+\frac{a}{b}\cdot\sum_{k=1}^{n-1}e^{bk}+\frac{a}{b^2}$$

<u>解答①（**Ｄ**）②（**Ｂ**）③（**Ｃ**）</u>

（３）

$$\sum_{t=1}^{n}{}_{t-1|}q_x\cdot t\cdot v^t=(IA)^{1}_{x:\overline{n|}}$$

$$\sum_{t=1}^{n}{}_{t-1|}q_x\cdot v^t=A^{1}_{x:\overline{n|}}$$

$$\sum_{t=1}^{n}{}_{t-1|}q_x\cdot\ddot{a}_{\overline{t|}}=\ddot{a}_{x:\overline{n|}}-{}_np_x\cdot\ddot{a}_{\overline{n|}}$$

$${}_np_x\cdot v^n=A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}$$

より、与式は

$$0.5P\cdot(IA)^{1}_{x:\overline{n|}}+A^{1}_{x:\overline{n|}}-P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}}+3A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}=0$$

と変形できる。よって、

$$P=\frac{A^{1}_{x:\overline{n|}}+3A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}-0.5(IA)^{1}_{x:\overline{n|}}}$$

<u>解答（**Ｃ**）</u>

（４）

第 5 年度の危険保険料を ${}_5P^r$ とすると、

$$
\begin{aligned}
{}_5P^r &= v\cdot q_{x+4}\cdot\left(1-{}_5V_x\right)\\
&= v\cdot q_{x+4}\cdot\frac{\ddot{a}_{x+5}}{\ddot{a}_x}\\
&= v\cdot q_{x+4}\cdot\frac{\ddot{a}_{x+4}-1}{v\cdot p_{x+4}}\cdot\frac{1}{\ddot{a}_x}\\
&= q_{x+4}\cdot\frac{\left(1-{}_4V_x\right)\cdot\ddot{a}_x-1}{\left(1-q_{x+4}\right)\cdot\ddot{a}_x}
\end{aligned}
$$

ここで、

$$
1-{}_4V_x=\frac{\ddot{a}_{x+4}}{\ddot{a}_x}=\frac{\ddot{a}_{x+1}}{\ddot{a}_x}\cdot\frac{\ddot{a}_{x+2}}{\ddot{a}_{x+1}}\cdot\frac{\ddot{a}_{x+3}}{\ddot{a}_{x+2}}\cdot\frac{\ddot{a}_{x+4}}{\ddot{a}_{x+3}}=\left(1-{}_1V_x\right)\cdot\left(1-{}_1V_{x+1}\right)\cdot\left(1-{}_1V_{x+2}\right)\cdot\left(1-{}_1V_{x+3}\right)
$$

であることから、

$$
\begin{aligned}
{}_5P^r &= q_{x+4}\cdot\frac{\left(1-{}_1V_x\right)\cdot\left(1-{}_1V_{x+1}\right)\cdot\left(1-{}_1V_{x+2}\right)\cdot\left(1-{}_1V_{x+3}\right)\cdot\ddot{a}_x-1}{\left(1-q_{x+4}\right)\cdot\ddot{a}_x}\\
&= 0.00391\cdot\frac{(1-0.02345)\cdot(1-0.02407)\cdot(1-0.02473)\cdot(1-0.02544)\cdot 27.87423-1}{(1-0.00391)\cdot 27.87423}\\
&= 0.0034149
\end{aligned}
$$

解答（**D**）

（5）

30 歳加入、保険料年払 20 年払込、保険金年度末支払、保険金額 1、保険期間 30 年の養老保険において、責任準備金を初年度定期式責任準備金で積み立てるとしたときのチルメル割合 α は、

$$\alpha = {}_{19}P_{31:\overline{29|}} - v \cdot q_{30} = \frac{A_{31:\overline{29|}}}{\ddot{a}_{31:\overline{19|}}} - v \cdot q_{30}$$

と表せる。

ここで、$\ddot{a}_{30:\overline{20|}} = 1 + v \cdot p_{30} \cdot \ddot{a}_{31:\overline{19|}}$ および $A_{30:\overline{30|}} = v \cdot q_{30} + v \cdot p_{30} \cdot A_{31:\overline{29|}}$ であることから、

$$\alpha = \frac{A_{30:\overline{30|}} - v \cdot q_{30}}{\ddot{a}_{30:\overline{20|}} - 1} - v \cdot q_{30} = 0.04306$$

解答（**E**）

（6）

求める年金現価は

$$5a_{xyz} + 4\left(a_{x|yz} + a_{y|xz} + a_{z|xy}\right) + 3\left(a_{\overline{xy}|z} + a_{\overline{xz}|y} + a_{\overline{yz}|x}\right)$$

$$= 5a_{xyz} + 4\left(\left(a_{yz} - a_{xyz}\right) + \left(a_{xz} - a_{xyz}\right) + \left(a_{xy} - a_{xyz}\right)\right) + 3\left(\left(a_z - a_{\overline{xy},z}\right) + \left(a_y - a_{\overline{xz},y}\right) + \left(a_x - a_{\overline{yz},x}\right)\right)$$

$$= 5a_{xyz} + 4\left(\left(a_{xy} + a_{yz} + a_{zx}\right) - 3a_{xyz}\right)$$

$$+3\left(a_z - \left(a_{xz} + a_{yz} - a_{xyz}\right) + a_y - \left(a_{xy} + a_{zy} - a_{xyz}\right) + a_x - \left(a_{xy} + a_{zx} - a_{xyz}\right)\right)$$

$$= \left(5 - 4 \cdot 3 + 3 \cdot 3\right) \cdot a_{xyz} + \left(4 - 3 \cdot 2\right) \cdot \left(a_{xy} + a_{yz} + a_{zx}\right) + 3 \cdot \left(a_x + a_y + a_z\right)$$

$$= 2 \cdot 3 - 2 \cdot 12 + 3 \cdot 20$$

$$= 42$$

解答（**G**）

問題２.

設問		解答	配点	設問	解答	配点
（１）		**（Ｂ）**	７点	（５）	**（Ｈ）**	７点
（２）		①**（Ｄ）**②**（Ｉ）** ③**（Ｊ）**④**（Ｅ）**	７点	（６）	**（Ｊ）**	７点
（３）		**（Ａ）**	７点	（７）	**（Ｃ）**	７点
（４）	①	**（Ａ）**	２点	（８）	**（Ｈ）**	７点
	②	**（Ｆ）**	５点			

※（２）は完答の場合のみ得点。

（１）

$$l_x = l_0 \cdot \exp\left\{-\int_0^x \mu_t dt\right\} = l_0 \cdot \exp\left\{-\int_0^x \left(\mu_t^A + \mu_t^B + \mu_t^C\right) dt\right\} = l_0 \cdot \exp\left\{-\int_0^x \left(\frac{2}{a-t} + 0.4 + 0.6\right) dt\right\}$$

$$= l_0 \cdot \exp\left\{\left[2\log(a-t)\right]_0^x - \left[t\right]_0^x\right\} = a^2 \cdot \exp\left\{\log\left(\frac{a-x}{a}\right)^2 - x\right\} = (a-x)^2 \cdot e^{-x}$$

$$d_x^A = \int_0^1 l_{x+s} \cdot \mu_{x+s}^A ds = \int_x^{x+1} l_t \cdot \mu_t^A dt = \int_x^{x+1} (a-t)^2 \cdot e^{-t} \cdot \frac{2}{a-t} dt = \int_x^{x+1} 2 \cdot (a-t) \cdot e^{-t} dt$$

$$= 2 \cdot \left\{\left[-(a-t) \cdot e^{-t}\right]_x^{x+1} - \int_x^{x+1} e^{-t} dt\right\}$$

$$= 2 \cdot \left\{-(a-x-1) \cdot e^{-(x+1)} + (a-x) \cdot e^{-x} + e^{-(x+1)} - e^{-x}\right\}$$

$$= 2 \cdot \left\{e^{-x} \cdot (a-x-1) - e^{-(x+1)} \cdot (a-x-2)\right\}$$

$d_x^C = \int_0^1 l_{x+s} \cdot \mu_{x+s}^C ds = \int_0^1 l_{x+s} \cdot \frac{3}{2} \mu_{x+s}^B ds = \frac{3}{2} \cdot \int_0^1 l_{x+s} \cdot \mu_{x+s}^B ds = \frac{3}{2} d_x^B$ であるから、

$d_x^B = l_x - l_{x+1} - d_x^A - d_x^C = l_x - l_{x+1} - d_x^A - \frac{3}{2} d_x^B$

以上より、

$$\frac{5}{2} d_x^B = l_x - l_{x+1} - d_x^A$$

$$= e^{-x} \cdot (a-x)^2 - e^{-(x+1)} \cdot (a-x-1)^2 - 2 \cdot \left\{e^{-x} \cdot (a-x-1) - e^{-(x+1)} \cdot (a-x-2)\right\}$$

$$= e^{-x} \cdot \left\{(a-x)^2 - 2(a-x) + 1 + 1\right\} - e^{-(x+1)} \cdot \left\{(a-x-1)^2 - 2(a-x-1) + 1 + 1\right\}$$

$$= e^{-x} \cdot \left\{(a-x-1)^2 + 1\right\} - e^{-(x+1)} \cdot \left\{(a-x-2)^2 + 1\right\}$$

$$d_x^B = \frac{2}{5} e^{-x} \cdot \left\{(a-x-1)^2 + 1\right\} - \frac{2}{5} e^{-(x+1)} \cdot \left\{(a-x-2)^2 + 1\right\}$$

解答**（Ｂ）**

（２）

被保険者が生存中の第t保険年度末平準純保険料式責任準備金を${}_tV$とすると、責任準備金の再帰式は、

$t=1,2,\cdots,n-5$のとき、${}_{t-1}V+P-v\cdot q_{x+t-1}\cdot \ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}=v\cdot p_{x+t-1}\cdot {}_tV$

$t=n-4,\cdots,n$のとき、${}_{t-1}V+P-v\cdot q_{x+t-1}\cdot \ddot{a}_{\overline{5}|}=v\cdot p_{x+t-1}\cdot {}_tV$

となる。これらの両辺に$v^{t-1}\cdot {}_{t-1}p_x$を乗じて、$t=1,\cdots,n$のときの辺々を加え、${}_0V={}_nV=0$も考慮して整理すると、

$$
\begin{aligned}
P\cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \sum_{t=1}^{n-5} v^t\cdot {}_{t-1|}q_x\cdot \ddot{a}_{\overline{n-t+1}|}+\sum_{t=n-4}^{n} v^t\cdot {}_{t-1|}q_x\cdot \ddot{a}_{\overline{5}|} \\
&= v\cdot q_x\cdot\left(1+v+\cdots+v^{n-1}\right)+v^2\cdot {}_{1|}q_x\cdot\left(1+v+\cdots+v^{n-2}\right) \\
&\quad +\cdots+v^{n-5}\cdot {}_{n-6|}q_x\cdot\left(1+v+\cdots+v^5\right)+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5}|}\cdot \ddot{a}_{\overline{5}|} \\
&= v\cdot q_x+v^2\cdot\left(q_x+{}_{1|}q_x\right)+v^3\cdot\left(q_x+{}_{1|}q_x+{}_{2|}q_x\right)+\cdots+v^{n-5}\cdot\left(q_x+{}_{1|}q_x+\cdots+{}_{n-6|}q_x\right) \\
&\quad +\left(v^{n-4}+\cdots+v^n\right)\cdot\left(q_x+{}_{1|}q_x+\cdots+{}_{n-6|}q_x\right)+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5}|}\cdot \ddot{a}_{\overline{5}|} \\
&= \sum_{t=1}^{n-5} v^t\cdot {}_tq_x+v^{n-4}\cdot \ddot{a}_{\overline{5}|}\cdot {}_{n-5}q_x+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5}|}\cdot \ddot{a}_{\overline{5}|} \\
&= \sum_{t=1}^{n-5} v^t\cdot\left(1-{}_tp_x\right)+\left(v^{n-4}\cdot {}_{n-5}q_x+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5}|}\right)\cdot \ddot{a}_{\overline{5}|} \\
&= a_{\overline{n-5}|}-a_{x:\overline{n-5}|}+\left(v^{n-4}\cdot {}_{n-5}q_x+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5}|}\right)\cdot \ddot{a}_{\overline{5}|}
\end{aligned}
$$

よって、

$$
P=\frac{a_{\overline{n-5}|}-a_{x:\overline{n-5}|}+\left(v^{n-4}\cdot {}_{n-5}q_x+{}_{n-5|}A^{1}_{x:\overline{5}|}\right)\cdot \ddot{a}_{\overline{5}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}
$$

解答①（Ｄ）　②（Ｉ）　③（Ｊ）　④（Ｅ）

（3）

$i' = \alpha \cdot i + \alpha - 1$、$q'_{x+t} = \beta \cdot q_{x+t} - \beta + 1$ より、$v' = \dfrac{v}{\alpha}$、$p'_{x+t} = \beta \cdot p_{x+t}$ と表せる。

$v = \dfrac{1}{1.015}$、$p_x = p_{x+1} = \cdots = p_{x+9} = \dfrac{1}{1.05}$ より、$\ddot{a}_{x:\overline{10|}} = 1 + v \cdot p_x + \cdots + v^9 \cdot {}_9p_x = 7.6346775$ となること

から、$P_{x:\overline{10|}} = \dfrac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{10|}}} - d = 0.1162030$ となる。

変更後の年金現価を $\ddot{a}'_{x:\overline{10|}}$ とすると、

$\ddot{a}'_{x:\overline{10|}} = 1 + v' \cdot p'_x + \cdots + v'^9 \cdot {}_9p'_x = 1 + \dfrac{\beta}{\alpha} \cdot v \cdot p_x + \cdots + \left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^9 \cdot v^9 \cdot {}_9p_x$ であり、

$\dfrac{\beta}{\alpha} = 1.02005$ を用いれば、$\ddot{a}'_{x:\overline{10|}} = 8.2752870$ となる。

$P'_{x:\overline{10|}} = \dfrac{1}{\ddot{a}'_{x:\overline{10|}}} - d' = \dfrac{1}{\ddot{a}'_{x:\overline{10|}}} - 1 + v'$ および $P_{x:\overline{10|}} - P'_{x:\overline{10|}} = 0.00034$ より、

$v' = P'_{x:\overline{10|}} - \dfrac{1}{\ddot{a}'_{x:\overline{10|}}} + 1 = P_{x:\overline{10|}} - 0.00034 - \dfrac{1}{\ddot{a}'_{x:\overline{10|}}} + 1 = 0.9950213$ であるので、$i' = 0.0050036$

解答（Ａ）

（４）

$\ddot{a}_{\overline{n}|}=\dfrac{1-v^n}{1-v}$、$v^n=\dfrac{A_{x:\overline{n}|}^{\ \ \ 1}}{{}_n p_x}=\dfrac{0.4199}{0.9200}$ であるから、

予定利率 i は、

$$i=\frac{1}{1-\dfrac{1-v^n}{\ddot{a}_{\overline{n}|}}}-1=\frac{1}{1-\dfrac{1-0.4199/0.9200}{14.1339}}-1=0.04000$$

また、営業保険料を P とすると、収支相等の原則より、

$$P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=P\cdot\sum_{t=1}^{n}\ddot{s}_{\overline{t}|}\cdot v^t\cdot{}_{t-1|}q_x+A_{x:\overline{n}|}^{\ \ \ 1}+\alpha+\beta\cdot P\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}+\gamma\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

となる。ここで、

$$\sum_{t=1}^{n}\ddot{s}_{\overline{t}|}\cdot v^t\cdot{}_{t-1|}q_x=\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-{}_n p_x\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}$$

であるから、

$$P=\frac{A_{x:\overline{n}|}^{\ \ \ 1}+\alpha+\gamma\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-\left(\ddot{a}_{x:\overline{n}|}-{}_n p_x\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}\right)-\beta\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}=\frac{A_{x:\overline{n}|}^{\ \ \ 1}+\alpha+\gamma\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{{}_n p_x\cdot\ddot{a}_{\overline{n}|}-\beta\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$=\frac{0.4199+0.025+0.003\times 13.4002}{0.9200\times 14.1339-0.03\times 13.4002}=0.038496$$

解答①（Ａ）②（Ｆ）

（5）

平準払純保険料を P 、第 1 年度の h 年チルメル式純保険料を P_1、第 2 年度以降チルメル期間中の h 年チルメル式純保険料を P_2、第 t 保険年度末 h 年チルメル式責任準備金を ${}_tV^{[hz]}$ とすると、

$$P_1 = v \cdot q_x \cdot {}_1V^{[hz]} + v \cdot p_x \cdot {}_1V^{[hz]} = v \cdot {}_1V^{[hz]}$$

$$P_2 + {}_tV^{[hz]} = v \cdot q_{x+t} \cdot {}_{t+1}V^{[hz]} + v \cdot p_{x+t} \cdot {}_{t+1}V^{[hz]} = v \cdot {}_{t+1}V^{[hz]} \quad (1 \leqq t \leqq h-1)$$

$$P + {}_tV^{[hz]} = v \cdot {}_{t+1}V^{[hz]} \quad (h \leqq t \leqq n-1) \cdots ①$$

ここで、$P_1 = P + \dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}} - \alpha$ 、$P_2 = P + \dfrac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}}$ より、

$$P + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}} - \alpha = v \cdot {}_1V^{[hz]} \cdots ②$$

$$P + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}} + {}_tV^{[hz]} = v \cdot {}_{t+1}V^{[hz]} \quad (1 \leqq t \leqq h-1) \cdots ③$$

①、③の両辺に v^t をかけて、①、②、③を加えると

$$P \cdot \sum_{t=0}^{n-1} v^t + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}} \cdot \sum_{t=0}^{h-1} v^t - \alpha = v^n \cdot {}_nV^{[hz]}$$

従って、

$$P = \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{n|}}} \cdot \left(v^n + \alpha - \frac{\alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{h|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}} \right)$$

営業保険料 P^* は、

$$P^* = P + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = \frac{1}{\ddot{a}_{\overline{n|}}} \cdot \left(v^n + \alpha - \frac{\alpha \cdot \ddot{a}_{\overline{h|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{h|}}} \right) + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}$$

<u>解答（**H**）</u>

（６）

契約から 10 年経過時の養老保険の平準純保険料式責任準備金V は、

$$V = {}_{10}V_{40:\overline{20}|} = \frac{M_{50}-M_{60}+D_{60}}{D_{50}} - \frac{M_{40}-M_{60}+D_{60}}{N_{40}-N_{60}} \cdot \frac{N_{50}-N_{60}}{D_{50}}$$

$$= \frac{29,342-26,848+36,431}{45,017} - \frac{30,522-26,848+36,431}{1,557,511-648,644} \cdot \frac{1,060,834-648,644}{45,017}$$

$$= 0.46064$$

貸付金L は、延長保険の生存保険金額が 0.4 より、

$$0.4 = \frac{(V-L)-(1-L)\cdot\left(A_{50:\overline{10}|}^{\ \ 1} + 0.001\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}\right)}{A_{50:\overset{\ \ 1}{\overline{10}|}} + 0.001\cdot\ddot{a}_{50:\overline{10}|}}$$

$$= \frac{(V-L)-(1-L)\cdot\left(\dfrac{M_{50}-M_{60}}{D_{50}} + 0.001\cdot\dfrac{N_{50}-N_{60}}{D_{50}}\right)}{\dfrac{D_{60}}{D_{50}} + 0.001\cdot\dfrac{N_{50}-N_{60}}{D_{50}}}$$

$$= \frac{(0.46064-L)-(1-L)\cdot\left(\dfrac{29,342-26,848}{45,017} + 0.001\cdot\dfrac{1,060,834-648,644}{45,017}\right)}{\dfrac{36,431}{45,017} + 0.001\cdot\dfrac{1,060,834-648,644}{45,017}}$$

これを解いて、

$$L = 0.07345$$

以上より、転換時に追加で払い込む必要がある一時払営業保険料$P-(V-L)$は、

$$P-(V-L) = 0.8\cdot\frac{A_{50}}{1-0.03} - (V-L) = 0.8\cdot\frac{M_{50}}{0.97\cdot D_{50}} - (V-L)$$

$$= 0.8\cdot\frac{29,342}{0.97\cdot 45,017} - (0.46064-0.07345) = 0.15038$$

解答（Ｊ）

（7）

養老保険の営業保険料を P'(円)、新契約費率をα、集金費率をβ、保険料払込中の維持費率をγ_1、保険料払済後の維持費率をγ_2 とすると、

$$P' = 5,000,000 \cdot \frac{A_{30:\overline{30}|} + \alpha + \gamma_1 \cdot \ddot{a}_{30:\overline{10}|} + \gamma_2 \cdot (\ddot{a}_{30:\overline{30}|} - \ddot{a}_{30:\overline{10}|})}{(1-\beta) \cdot \ddot{a}_{30:\overline{10}|}}$$

$$= 5,000,000 \cdot \frac{0.7496 + 0.01 + 0.002 \cdot 9.524 + 0.001 \cdot (25.292 - 9.524)}{(1-0.02) \cdot 9.524}$$

$$= 425,571$$

保険料払込免除特約の年払純保険料を P_D(円)とすると、払込回数は 9 回であるため、

$$P_D = \frac{P' \cdot a^{ai}_{30:\overline{9}|}}{\ddot{a}^{aa}_{30:\overline{9}|}}$$ となる。

ここで、$a^{ai}_{30:\overline{9}|} = a^{a}_{30:\overline{9}|} - a^{aa}_{30:\overline{9}|} = \ddot{a}^{a}_{30:\overline{10}|} - \ddot{a}^{aa}_{30:\overline{10}|}$ となるので、

$$P_D = \frac{P' \cdot (\ddot{a}^{a}_{30:\overline{10}|} - \ddot{a}^{aa}_{30:\overline{10}|})}{\ddot{a}^{aa}_{30:\overline{9}|}} = \frac{425,571 \cdot (9.525 - 9.511)}{8.608} = 692$$

が得られる。

解答（**C**）

（8）

商品 A の年払純保険料を P_A、商品 B の年払純保険料を P_B とすると、

$$P_A \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot \left(\sum_{i=5}^{20} 10h \cdot (i-4) \cdot \delta + \sum_{i=21}^{180} h \cdot (i-4) \cdot \delta \right)$$

$$= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot \left(1{,}360h \cdot \delta + 15{,}440h \cdot \delta \right)$$

$$= 16{,}800 v^{\frac{1}{2}} \cdot h \cdot \delta \cdot \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_x$$

$$= 16{,}800 v^{\frac{1}{2}} \cdot h \cdot \delta \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

よって、

$$P_A = 16{,}800 v^{\frac{1}{2}} \cdot h \cdot \delta$$

$$P_B \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot \left(\sum_{i=1}^{20} 10h \cdot i \cdot \delta + \sum_{i=21}^{120} h \cdot i \cdot \delta + \sum_{i=121}^{180} h \cdot 120 \cdot \delta \right)$$

$$= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+\frac{1}{2}} \cdot {}_t p_x \cdot \left(2{,}100h \cdot \delta + 7{,}050h \cdot \delta + 7{,}200h \cdot \delta \right)$$

$$= 16{,}350 v^{\frac{1}{2}} \cdot h \cdot \delta \cdot \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot {}_t p_x$$

$$= 16{,}350 v^{\frac{1}{2}} \cdot h \cdot \delta \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

よって、

$$P_B = 16{,}350 v^{\frac{1}{2}} \cdot h \cdot \delta$$

以上より、

$$k = \frac{P_B}{P_A} = \frac{16{,}350}{16{,}800} = 0.9732$$

が得られる。

解答（**H**）

問題３.

設問			解答	配点
（１）	（ｉ）	①	**（オ）**	2 点 (完答のみ)
		②	**（チ）**	
		③	**（ト）**	2 点
		④	**（チ）**	2 点 (完答のみ)
		⑤	**（サ）**	
		⑥	**（オ）**	
		⑦	**（ヌ）**	2 点 (完答のみ)
		⑧	**（チ）**	
		⑨	**（ト）**	
	（ⅱ）		**（Ｆ）**	2 点

設問			解答	配点
（２）	（ｉ）	①	**（チ）**	2 点 (完答のみ)
		②	**（サ）**	
		③	**（ヒ）**	1 点 (完答のみ)
		④	**（モ）**	
		⑤	**（ミ）**	
	（ⅱ）	⑥	**（ツ）**	2 点 (完答のみ)
		⑦	**（テ）**	
		⑧	**（シ）**	
		⑨	**（ス）**	
		⑩	**（ク）**	2 点 (完答のみ)
		⑪	**（シ）**	
		⑫	**（ト）**	
		⑬	**（ノ）**	
		⑭	**（ハ）**	1 点 (完答のみ)
		⑮	**（モ）**	
		⑯	**（ヒ）**	
		⑰	**（メ）**	
		⑱	**（ミ）**	
	（ⅲ）		**（Ｈ）**	2 点

※（１）（ｉ）の⑦と⑧は順不同。

（１）

（ｉ）

年金現価の予定利率に関する微分を計算する。合成関数の微分法により、

$$\frac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{di} = \frac{dv}{di} \cdot \frac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{dv}$$

$$= (-1) \cdot \boxed{\text{①}v^2} \cdot \frac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{dv}$$

が得られる。$\frac{d}{dv}\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ については、

$$\frac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{dv} = \frac{d}{dv}\left(1 + v \cdot p_x + v^2 \cdot {}_2p_x + \cdots + v^{n-1} \cdot {}_{n-1}p_x\right)$$

$$= p_x + 2v \cdot {}_2p_x + \cdots + (n-1) \cdot v^{n-2} \cdot {}_{n-1}p_x$$

$$= v^{-1} \cdot \left(v \cdot p_x + 2v^2 \cdot {}_2p_x + \cdots + (n-1) \cdot v^{n-1} \cdot {}_{n-1}p_x\right)$$

$$= v^{-1} \cdot (Ia)_{x:\overline{n-1}|}$$

となるので、

$$\frac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{di} = (-1) \cdot \boxed{\text{①}v^2} \cdot \frac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{dv}$$

$$= (-1) \cdot v \cdot \boxed{\text{②}(Ia)_{x:\overline{n-1}|}}$$

が得られる。

また、同様の計算により、

$$\frac{dA^{1}_{x:\overline{n}|}}{di} = \frac{dv}{di} \cdot \frac{dA^{1}_{x:\overline{n}|}}{dv}$$
$$= (-1) \cdot v^2 \cdot \frac{dA^{1}_{x:\overline{n}|}}{dv}$$
$$= (-1) \cdot v^2 \cdot \frac{d}{dv}\left(v \cdot q_x + v^2 \cdot {}_{1|}q_x + \cdots + v^n \cdot {}_{n-1|}q_x\right)$$
$$= (-1) \cdot v^2 \cdot \left(q_x + 2v \cdot {}_{1|}q_x + \cdots + n \cdot v^{n-1} \cdot {}_{n-1|}q_x\right)$$
$$= (-1) \cdot v \cdot \left(v \cdot q_x + 2v^2 \cdot {}_{1|}q_x + \cdots + n \cdot v^n \cdot {}_{n-1|}q_x\right)$$
$$= (-1) \cdot v \cdot \boxed{③ (IA)^{1}_{x:\overline{n}|}}$$

が得られる。

これらの結果を利用して、以下のとおり計算できる。

$$\frac{dP_{x:\overline{n}|}}{di} = \frac{d}{di}\left(\frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right) = \frac{d}{di}\left(\frac{1 - d \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right) = \frac{d}{di}\left(\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - d\right) = \frac{d}{di}\left(\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - 1 + v\right)$$
$$= (-1) \cdot \frac{\left(\dfrac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{di}\right)}{(\ddot{a}_{x:\overline{n}|})^2} - v^2$$
$$= (-1) \cdot \frac{(-1) \cdot v \cdot (Ia)_{x:\overline{n-1}|}}{(\ddot{a}_{x:\overline{n}|})^2} - v^2$$
$$= v \cdot \frac{\boxed{④ (Ia)_{x:\overline{n-1}|}}}{\boxed{⑤ (\ddot{a}_{x:\overline{n}|})^2}} - \boxed{⑥ v^2}$$

$$\frac{d}{di} P^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{d}{di}\left(\frac{A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}\right) = \frac{\left(\dfrac{dA^{1}_{x:\overline{n}|}}{di}\right) \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - A^{1}_{x:\overline{n}|} \cdot \left(\dfrac{d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{di}\right)}{(\ddot{a}_{x:\overline{n}|})^2}$$
$$= \frac{(-1) \cdot v \cdot (IA)^{1}_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - A^{1}_{x:\overline{n}|} \cdot (-1) \cdot v \cdot (Ia)_{x:\overline{n-1}|}}{(\ddot{a}_{x:\overline{n}|})^2}$$
$$= \frac{v}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \cdot \frac{A^{1}_{x:\overline{n}|} \cdot (Ia)_{x:\overline{n-1}|} - (IA)^{1}_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$
$$= \frac{v}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \cdot \left\{\boxed{⑦ P^{1}_{x:\overline{n}|}} \cdot \boxed{⑧ (Ia)_{x:\overline{n-1}|}} - \boxed{⑨ (IA)^{1}_{x:\overline{n}|}}\right\}$$

（ⅱ）

（ⅰ）の結果より、

$$\left.\frac{dP^{(i)}_{x:\overline{n}|}}{di}\right|_{i=1.5\%}=\frac{1}{1.015}\cdot\frac{150.155}{16.935^2}-\frac{1}{1.015^2}=-0.4548$$

となるので、与えられた近似式より、

$$P^{(1.6\%)}_{x:\overline{n}|}-P^{(1.5\%)}_{x:\overline{n}|}=-0.4548\times(1.6\%-1.5\%)=-0.0004548$$

解答（**F**）

（２）
（ｉ）
夫を x、妻を y、子供を z とすると、給付現価 A は、

$$A=\boxed{①\bar{A}_{\overset{1}{x}yz}}+0.2\cdot\boxed{②\bar{a}_{\overset{1}{x}y|z}}$$
$$=\int_0^\infty v^t\cdot{}_tp_x\cdot{}_tp_y\cdot{}_tp_z\cdot\mu_{x+t}\,dt+0.2\cdot\int_0^\infty v^t\cdot\left(\int_0^t{}_sp_x\cdot{}_sp_y\cdot\mu_{x+s}\,ds\right)\cdot{}_tp_z\,dt$$

与えられた条件から、${}_tp_x=e^{-2\mu t}$、$v^t=e^{-\delta t}$ 等を用いて、算式を整理すると、

$$A=2\mu\cdot\int_0^\infty e^{-(\delta+5\mu)t}dt+0.2\cdot\int_0^\infty e^{-\delta t}\cdot\left(2\mu\cdot\int_0^t e^{-3\mu s}ds\right)\cdot e^{-2\mu t}dt$$
$$=2\mu\cdot\int_0^\infty e^{-(\delta+5\mu)t}dt+0.2\cdot\int_0^\infty e^{-\delta t}\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(1-e^{-3\mu t}\right)\cdot e^{-2\mu t}dt$$
$$=\frac{\boxed{③2\mu}}{\boxed{④\delta+5\mu}}+0.2\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{\boxed{⑤\delta+2\mu}}-\frac{1}{\delta+5\mu}\right)$$

（ii）
（ｉ）と同様にして、給付現価 B は、

$$B=\alpha\cdot\boxed{⑥\bar{A}_{x\overset{1}{y}z}}+(1-\alpha)\cdot\boxed{⑦\bar{A}_{\underset{1}{\overset{2}{x}}yz}}+\beta\cdot\boxed{⑧\bar{a}_{x\overset{1}{y}|z}}+(0.2-\beta)\cdot\boxed{⑨\bar{a}_{\overset{2}{x}y|z}}$$
$$=\alpha\cdot\int_0^\infty v^t\cdot\boxed{⑩{}_tp_{xyz}\cdot\mu_{y+t}}dt+(1-\alpha)\cdot\int_0^\infty v^t\cdot\boxed{⑪{}_tp_{xz}\cdot\left(1-{}_tp_y\right)\cdot\mu_{x+t}}dt$$
$$+\beta\cdot\int_0^\infty v^t\cdot\left(\int_0^t\boxed{⑫{}_sp_{xy}\cdot\mu_{y+s}}ds\right)\cdot{}_tp_z\,dt+(0.2-\beta)\cdot\int_0^\infty v^t\cdot\left(\int_0^t\boxed{⑬{}_sp_x\cdot\left(1-{}_sp_y\right)\cdot\mu_{x+s}}ds\right)\cdot{}_tp_z\,dt$$
$$=\alpha\cdot\mu\cdot\int_0^\infty e^{-(\delta+5\mu)t}\,dt+(1-\alpha)\cdot2\mu\cdot\int_0^\infty\left(e^{-(\delta+4\mu)t}-e^{-(\delta+5\mu)t}\right)dt$$
$$+\beta\cdot\frac{1}{3}\cdot\int_0^\infty\left(e^{-(\delta+2\mu)t}-e^{-(\delta+5\mu)t}\right)dt+(0.2-\beta)\cdot\int_0^\infty\left(\frac{2}{3}\cdot e^{-(\delta+5\mu)t}-e^{-(\delta+4\mu)t}+\frac{1}{3}\cdot e^{-(\delta+2\mu)t}\right)dt$$
$$=\alpha\cdot\frac{\boxed{⑭\mu}}{\boxed{⑮\delta+5\mu}}+(1-\alpha)\cdot\boxed{⑯2\mu}\cdot\left(\frac{1}{\boxed{⑰\delta+4\mu}}-\frac{1}{\delta+5\mu}\right)$$
$$+\beta\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{\boxed{⑱\delta+2\mu}}-\frac{1}{\delta+5\mu}\right)+(0.2-\beta)\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\delta+5\mu}-\frac{1}{\delta+4\mu}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\delta+2\mu}\right)$$

（iii）
給付現価 $A+B$ に、$\alpha=0.5$、$\beta=0.1$ を代入して整理すると、

$$A+B=\frac{2\mu}{\delta+5\mu}+0.2\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{\delta+2\mu}-\frac{1}{\delta+5\mu}\right)+0.5\cdot\frac{\mu}{\delta+5\mu}+0.5\cdot\left(\frac{2\mu}{\delta+4\mu}-\frac{2\mu}{\delta+5\mu}\right)$$
$$+0.1\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{\delta+2\mu}-\frac{1}{\delta+5\mu}\right)+0.1\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\delta+5\mu}-\frac{1}{\delta+4\mu}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\delta+2\mu}\right)$$
$$=\frac{1.5\mu-0.1}{\delta+5\mu}+\frac{\mu-0.1}{\delta+4\mu}+\frac{0.2}{\delta+2\mu}$$

さらに、$\delta=0.01$、$\mu=0.01$ を代入して、

$$A+B=\frac{1.5\cdot0.01-0.1}{0.01+5\cdot0.01}+\frac{0.01-0.1}{0.01+4\cdot0.01}+\frac{0.2}{0.01+2\cdot0.01}=\frac{69}{20}$$

連続払純保険料を $\bar{P}$ とおくと、収入現価は、

$$\bar{P}\cdot\bar{a}_{xz}=\bar{P}\cdot\int_0^\infty v^t\cdot{}_tp_x\cdot{}_tp_z dt=\bar{P}\cdot\int_0^\infty e^{-(\delta+4\mu)t}dt=\frac{1}{\delta+4\mu}\cdot\bar{P}=\frac{1}{0.05}\cdot\bar{P}$$

よって、

$$\bar{P}=\frac{69}{20}\cdot 0.05=\frac{69}{400}=0.1725$$

解答（Ｈ）

以上