

年金数理（問題）

この年金数理の問題において特に説明がない限り、次のとおりとする。

- ・ 「被保険者」とは、在職中の者をいう
 - ・ 「年金受給権者」とは、年金受給中の者および受給待期中の者をいう
 - ・ 「加入年齢方式」とは、「特定年齢方式」のことをいう
 - ・ 「責任準備金」とは、給付現価から標準保険料収入現価を控除した額をいう
 - ・ 「未積立債務」とは、責任準備金から積立金を控除した額をいう
 - ・ 「Trowbridge モデルの年金制度」とは、定年退職者のみに対し、定年退職時より単位年金額の終身年金を年 1 回期初に支払う年金制度をいい、保険料の払い込みは年 1 回期初払いとする
- なお、「Trowbridge モデルの年金制度」は必ずしも定常人口を仮定するものではない

問題 1. 次の (1) ～ (8) について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各 5 点（計 40 点）

(1) x 歳における静態的昇給率 R_x 、動態的昇給率 R'_x がそれぞれ次のとおり定められている。

$$R_x = \frac{(1+k)^3(x+2) \cdot f_{(x+1)}}{x \cdot f_{(x)}} - 1 \quad \text{ただし、} f_{(x)} = \begin{cases} 25 & (25 \leq x < 35) \\ 35 & (35 \leq x < 40) \\ 40 & (40 \leq x < 60) \end{cases}$$

$$R'_x = (1 + R_x)(1 + r) - 1$$

ただし、 r はベース・アップ等の要因による昇給率とする。

いま、経済環境の変化によりベース・アップ等の要因による昇給率 r が変化し、 $r = k$ となった。この状況で、給与が 120,000 円である 33 歳の被保険者について 41 歳時点の給与を動態的昇給率に基づいて予測したところ 460,000 円であった。この場合、 k に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 0.010 | (B) 0.012 | (C) 0.014 | (D) 0.016 | (E) 0.018 |
| (F) 0.020 | (G) 0.022 | (H) 0.024 | (I) 0.026 | (J) 0.028 |

- (2) Trowbridge モデルの年金制度で定常状態のとき、各財政方式の積立金と保険料および給付現価の関係を表す次の (A) から (F) までの記載のうち正しいものをすべて選びなさい。なお、正しいものがない場合は (G) をマークしなさい。また、各記号の意味は次のとおりとする。

<記号>

i : 予定利率、 $v = 1/(1+i)$ 、 $d = 1-v$

S^p : 年金受給権者の給付現価、 S^a : 在職中の被保険者の給付現価

財政方式名	保険料	積立金
賦課方式	PC	PF
退職時年金現価積立方式	TC	TF
単位積立方式	UC	UF
開放基金方式	^{OAN}C	^{OAN}F
加入時積立方式	^{In}C	^{In}F
完全積立方式	^{Co}C	^{Co}F

- (A) $^PF = 0$
 (B) $^TF = (^PC - ^TC)/d$
 (C) $^UF = ^UC/d$
 (D) $^{OAN}F = (^PC - ^UC)/d$
 (E) $^{In}F = S^p + S^a - ^{In}C/d$
 (F) $^{Co}F = ^{Co}C/d$

- (3) 定年退職者に対し、定年年齢60歳時より終身年金（最初の10年間は年金額2、10年経過後は年金額1の年1回期初払い）を給付する年金制度において、財政方式として退職時年金現価積立方式を採用している。保険料は年1回期初払いで、予定利率を3.0%とするとき、定常状態における積立金に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。また、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

<諸数値>

$$\ddot{a}_{60} = 17.2763$$

$$\ddot{a}_{70} = 12.8349$$

$$l_{60} = 9,327$$

$$l_{70} = 8,558$$

$$\sum_{t=0}^{\omega-60} \frac{l_{60+t}}{l_{60}} = 24.9723$$

$$\sum_{t=0}^{\omega-70} \frac{l_{70+t}}{l_{70}} = 16.6766 \quad (\omega \text{は最終年齢})$$

$$v^{10} = 0.7441$$

- (A) 1,800,000 (B) 2,000,000 (C) 2,200,000 (D) 2,400,000 (E) 2,600,000
(F) 2,800,000 (G) 3,000,000 (H) 3,200,000 (I) 3,400,000 (J) 3,600,000

- (4) ${}^{\circ}e_x = 0.5(100 - x)$ とするとき、 l_{40} に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。
ただし、 $l_0 = 100,000$ とする。

- | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| (A) 40,000 | (B) 45,000 | (C) 50,000 | (D) 55,000 | (E) 60,000 |
| (F) 65,000 | (G) 70,000 | (H) 75,000 | (I) 80,000 | (J) 85,000 |

- (5) 年金制度 A について、 t 年度および $t+1$ 年度では計算基礎率が予定どおりに推移した結果、 t 年度および $t+1$ 年度の諸数値はそれぞれ次のとおりとなった。このとき、 $t+1$ 年度末の責任準備金と積立金の差額（責任準備金の額－積立金の額）に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。ただし、 α および β の値は正の値とする。

< t 年度の諸数値>

項目	金額
期初責任準備金	5,000
期初積立金	4,400
期末責任準備金	5,455
給付（期末払い）	900
標準保険料（期初払い）	1,200
特別保険料（期初払い）	α
運用収益	145

< $t+1$ 年度の諸数値>

項目	金額
給付（期末払い）	950
標準保険料（期初払い）	1,200
特別保険料（期初払い）	β
運用収益	160

- (A) 200 (B) 210 (C) 220 (D) 230 (E) 240
(F) 250 (G) 260 (H) 270 (I) 280 (J) 290

- (6) 1 回の支払い額が K (年間支払い額 $12K$) の年 12 回期初払い 60 歳支給開始 10 年有期年金を支払う年金制度がある。これを他の条件は変更せずに、支払い回数を年 6 回、各期の支払い額として最初の期から順に $4J$ 、 J 、 $2J$ 、 $2J$ 、 $2J$ 、 J (年間支払い額 $12J$) を支払う年金制度に変更した。60 歳時点の年金現価が変更前後で一致するとした場合、 $J \div K$ は 0. $\boxed{a}$ $\boxed{b}$ $\boxed{c}$ となる。空欄 a から c までのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、計算結果は小数点以下第 4 位を四捨五入し小数点以下第 3 位まで求めなさい。また、 J および K の算定については、次の < Wool house の公式による近似式 > および < 基数表 > を使用しなさい。

< Wool house の公式による近似式 >

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)} \approx \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \frac{m-1}{2m} \left(1 - \frac{D_{x+n}}{D_x} \right)$$

ここで、 $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)}$ は各 $\frac{1}{m}$ 年の期初毎に年金額 $\frac{1}{m}$ を支払う年 m 回期初払い x 歳支給開始 n 年有期年金とする。

< 基数表 >

年齢(x)	D_x	N_x
60	21,162	354,789
70	14,104	175,796

(7) 定常人口にある年金制度 A において、財政方式を開放基金方式から加入年齢方式に変更することを考える。財政方式変更後の標準保険料率と特別保険料率の合計が財政方式変更前の標準保険料率と特別保険料率の合計と同じになるよう、将来の加入期間に対応する給付を現在の給付の $x\%$ に変更する。この場合の x に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。なお、標準保険料率および特別保険料率は小数点以下第 4 位を四捨五入し小数点以下第 3 位まで求めなさい。また、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば次の諸数値を使用しなさい。

<計算の前提>

- ・標準保険料と特別保険料の払い込みは給与比例で年 1 回期初に発生するものとする
- ・特別保険料率は未積立債務を 10 年間の元利均等償却で抛出するものとする

<諸数値>

S^p	年金受給権者の給付現価	1,000
S_{PS}^a	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	2,000
S_{FS}^a	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	3,000
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	4,000
G^a	在職中の被保険者の給与現価	15,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	25,000
F	積立金	1,500
i	予定利率	2.5%
$\ddot{a}_{10 }$	予定利率 2.5% による期初払い 10 年確定年金現価率	8.97
—	在職中の被保険者の給与合計	1,500

- (A) 71 (B) 73 (C) 75 (D) 77 (E) 79
(F) 81 (G) 83 (H) 85 (I) 87 (J) 89

- (8) ある年金制度は定常状態にあったが、今後は運用利回りが低下することが見込まれたため、 t 年度末において財政再計算を実施し予定利率を引き下げた。その後1年間、運用利回りは10%で推移し、引き下げ後の予定利率よりも高く推移したため、 $t+1$ 年度末の決算において利差益が発生した。このとき、利差益として最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。なお、計算の過程において、予定利率は%単位で小数点以下第3位を四捨五入し小数点以下第2位まで求めたものを使用しなさい。また、必要であれば次の計算の前提および諸数値を使用しなさい。

<計算の前提>

- ・財政方式は加入年齢方式を採用しており、保険料および給付は年1回期初払いである
- ・財政再計算の前後で予定利率以外の計算基礎率は変更していない
- ・ $t+1$ 年度において予定利率以外の計算基礎率は予定どおりに推移した

<諸数値>

財政再計算 <u>前</u> の予定利率	3.00%
財政再計算 <u>後</u> の t 年度末の責任準備金	5,247
t 年度末の積立金	5,100
財政再計算 <u>前</u> の標準保険料	800
財政再計算 <u>後</u> の標準保険料 ($t+1$ 年度から適用)	871
財政再計算 <u>前</u> の特別保険料	拠出なし
財政再計算 <u>後</u> の特別保険料 ($t+1$ 年度から適用)	前年度末の未積立債務の70%を拠出

- (A) 415 (B) 420 (C) 425 (D) 430 (E) 435
(F) 440 (G) 445 (H) 450 (I) 455 (J) 460

余白ページ

問題 2. 次の (1) ~ (4) について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

各 7 点 (計 28 点)

(1) Trowbridge モデルの年金制度において、被保険者集団は定常人口とし、期初の被保険者の総数を L 、脱退残存表による x 歳の被保険者数を l_x 、定年年齢を x_r 歳、 $\varepsilon_x = (\sum_{y=x}^{x_r-1} l_y)/l_x$ とする。このとき、次の①~③の各問に答えなさい。

① 毎年期初に x_0 歳のみの新規加入があるものとする。 x_0 歳での新規被保険者数を A_{x_0} とするとき、 A_{x_0} を表す式として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

- (A) l_{x_0} (B) $\frac{l_{x_0}}{\varepsilon_{x_0}}$ (C) $\frac{L}{x_r - x_0}$ (D) $\frac{L}{x_r - x_0 - 1}$ (E) $\frac{L}{l_{x_0}}$
(F) $\frac{L}{l_{x_0} - l_{x_r}}$ (G) $\frac{L}{\varepsilon_{x_0}}$ (H) $\frac{L}{\varepsilon_{x_0} + 1}$ (I) $\frac{L}{\varepsilon_{x_0} - 1}$ (J) $\frac{L}{\varepsilon_{x_0} l_{x_0}}$

② 毎年期初に x_1 歳と x_2 歳で $\alpha_1 : \alpha_2$ ($\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$) の割合で新規加入があるものとし、 $x_1 < x_2$ とする。 x_1 歳での新規被保険者数を A_{x_1} とするとき、 A_{x_1} を表す式として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

- (A) $\frac{L}{\varepsilon_{x_1}}$ (B) $\frac{\varepsilon_{x_1} L + \varepsilon_{x_2} L}{\alpha_1 \varepsilon_{x_1}}$ (C) $\frac{\varepsilon_{x_1} L}{\alpha_1 \varepsilon_{x_1} + \alpha_2 \varepsilon_{x_2}}$ (D) $\frac{\alpha_1 L}{\alpha_1 \varepsilon_{x_2} + \alpha_2 \varepsilon_{x_1}}$
(E) $\frac{\alpha_1 L}{\alpha_1 \varepsilon_{x_1} + \alpha_2 \varepsilon_{x_2}}$ (F) $\frac{L}{\alpha_1}$ (G) $\frac{\alpha_1 L + \alpha_2 L}{\alpha_1 \varepsilon_{x_1}}$ (H) $\frac{\varepsilon_{x_1} L}{\alpha_1 \varepsilon_{x_2} + \alpha_2 \varepsilon_{x_1}}$
(I) $\frac{\alpha_1 \varepsilon_{x_1} L}{\alpha_1 \varepsilon_{x_1} + \alpha_2 \varepsilon_{x_2}}$ (J) $\frac{\alpha_1 \varepsilon_{x_1} L}{\alpha_1 \varepsilon_{x_2} + \alpha_2 \varepsilon_{x_1}}$

③ ②と同じ前提で、財政方式として特定年齢 x_e 歳の加入年齢方式を採用した場合を考える。 x_1 歳での新規被保険者数が A_{x_1} 、 x_2 歳での新規被保険者数が A_{x_2} であるとし、新規被保険者に係る剰余および不足が発生しないとき、計算基数 N_{x_e} を表す式として最も適切なものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

- (A) $\frac{\alpha_1 N_{x_1} + \alpha_2 N_{x_2}}{\alpha_1 + \alpha_2}$ (B) $\frac{\alpha_2 D_{x_2} N_{x_1} + \alpha_1 D_{x_1} N_{x_2}}{\alpha_1 D_{x_1} + \alpha_2 D_{x_2}}$ (C) $\frac{\alpha_1 D_{x_1} N_{x_1} + \alpha_2 D_{x_2} N_{x_2}}{\alpha_1 D_{x_1} + \alpha_2 D_{x_2}}$
(D) $\frac{\alpha_1 D_{x_2} N_{x_1} + \alpha_2 D_{x_1} N_{x_2}}{\alpha_1 D_{x_2} + \alpha_2 D_{x_1}}$ (E) $\frac{\alpha_2 N_{x_1} + \alpha_1 N_{x_2}}{\alpha_1 + \alpha_2}$ (F) $\frac{\alpha_1 \varepsilon_{x_1} N_{x_1} + \alpha_2 \varepsilon_{x_2} N_{x_2}}{\alpha_1 \varepsilon_{x_1} + \alpha_2 \varepsilon_{x_2}}$
(G) $\frac{\alpha_1 \varepsilon_{x_2} N_{x_1} + \alpha_2 \varepsilon_{x_1} N_{x_2}}{\alpha_1 \varepsilon_{x_2} + \alpha_2 \varepsilon_{x_1}}$ (H) $\frac{\alpha_2 \varepsilon_{x_2} N_{x_1} + \alpha_1 \varepsilon_{x_1} N_{x_2}}{\alpha_1 \varepsilon_{x_1} + \alpha_2 \varepsilon_{x_2}}$

- (2) 2つの制度A、Bについて次の①、②の各問に答えなさい。また、計算の前提は次のとおりとし、必要であれば次の数値を使用しなさい。

<計算の前提>

- ・制度A、Bともに加入年齢は20歳、定年年齢は60歳
- ・制度A、Bともに財政方式は加入年齢方式を採用
- ・制度A、Bともに加入年齢以外での新規加入はない
- ・制度A、Bの被保険者の脱退（加入中の死亡を含む）、保険料の払い込みおよび給付の支払いは連続的に発生する
- ・制度A、Bともに脱退力 $\mu_x^{(T)} = \frac{1}{100-x}$ 、利力 $\delta = 0.05$ とする
- ・制度Aは定年到達で脱退したときにのみ40の給付額を一時金として支払う
- ・制度Bは加入期間 t で脱退（定年到達による脱退も含む）したときに kt の給付額を一時金として支払う

<数値>

$$e^{-2} = 0.13534$$

- ① 制度Aの標準保険料率 P_A に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 0.171 | (B) 0.174 | (C) 0.177 | (D) 0.180 | (E) 0.183 |
| (F) 0.186 | (G) 0.189 | (H) 0.192 | (I) 0.195 | (J) 0.198 |

- ② 制度Bの標準保険料率 P_B が P_A （端数処理前の率）と一致するよう k を定めた場合、 k に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 0.467 | (B) 0.472 | (C) 0.477 | (D) 0.482 | (E) 0.487 |
| (F) 0.492 | (G) 0.497 | (H) 0.502 | (I) 0.507 | (J) 0.512 |

(3) ある年金制度における $X-1$ 年度末の貸借対照表、 $X-1$ 年度の損益計算書、給付の内容、計算の前提および留意事項は次のとおりである。次の①～③の各問に答えなさい。

<給付の内容>

- ・脱退時の年齢に応じた定額制である
- ・定年到達により脱退した者には脱退の翌年度初から10年確定年金を支払い、定年到達以外の事由により脱退した者には脱退時に一時金を支払う
- ・年金の支給開始時および支給期間中に年金受給権者本人が選択することにより、残余支給期間の年金にかえて一時金の支払いを受けることができる

<計算の前提および留意事項>

- ・予定利率は2.0%である
- ・定常人口であり、 $X-1$ 年度は計算基礎率どおりに推移したものとする
- ・定年到達による脱退は期末、定年到達以外の事由による脱退は期初に発生するものとする
- ・制度発足以降 $X-1$ 年度末まで、定年到達により脱退した者および年金受給権者は全員、年金にかえて一時金の支払いを受けることを選択していない
- ・責任準備金の計算において、定年到達により脱退した者の一時金選択および年金受給権者による年金の支給期間中の一時金選択は発生しないものとして計算している
- ・財政方式は加入年齢方式を採用しており、標準保険料および特別保険料の払い込みならびに年金および一時金の支払いは年1回期初に発生するものとする
- ・特別保険料は一定期間にわたり均等に拠出するものとし、 $X-1$ 年度末での特別保険料の残余償却期間は5年である ($\ddot{a}_{51} = 4.81$)

$X-1$ 年度末の貸借対照表

積立金	α	責任準備金	10,200
特別保険料収入現価	β	(うち被保険者分)	8,800
		(うち年金受給権者分)	1,400
		剰余金	443

$X-1$ 年度の損益計算書

給付金支払 (年金給付)	270	標準保険料収入	770
給付金支払 (一時金給付)	700	特別保険料収入	300
当年度剰余金	γ	運用収入	δ
$X-1$ 年度末責任準備金	10,200	$X-2$ 年度末責任準備金	ε

① $X-1$ 年度末の積立金 (α) の値に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 7,100 | (B) 7,400 | (C) 7,700 | (D) 8,000 | (E) 8,300 |
| (F) 8,600 | (G) 8,900 | (H) 9,200 | (I) 9,500 | (J) 9,800 |

② X 年度は、運用利回り以外はすべて予定どおりに推移し、剰余金が270減少した。このとき、 X 年度の運用利回りの値に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| (A) -2.0% | (B) -1.5% | (C) -1.0% | (D) -0.5% | (E) 0.0% |
| (F) 0.5% | (G) 1.0% | (H) 1.5% | (I) 2.0% | (J) 2.5% |

③ $X+1$ 年度は、運用利回り以外の推移が次のとおりであった。そして、 $X+1$ 年度末の剰余金が403になったとする。このとき、 $X+1$ 年度の運用利回りの値に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。なお、 X 年度については②のとおり推移したものとする。

<運用利回り以外の推移>

- ・ X 年度末に定年到達により脱退した者および X 年度末の年金受給権者が全員、年金にかえて一時金の支払いを受けることを選択した
なお、 X 年度末に定年到達により脱退した者および X 年度末の年金受給権者に支払われた一時金の総額は X 年度末の年金受給権者の責任準備金の90%であり、当該一時金は期初（年金の支払い前）に支払われた
- ・上記以外の推移（脱退、新規加入および $X+1$ 年度末に定年到達により脱退した者の一時金選択）は予定どおりであった
- ・定年到達以外の事由により脱退した者に支払われた一時金の額は700であった

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|----------|----------|
| (A) -1.5% | (B) -1.0% | (C) -0.5% | (D) 0.0% | (E) 0.5% |
| (F) 1.0% | (G) 1.5% | (H) 2.0% | (I) 2.5% | (J) 3.0% |

- (4) 2つの年金制度A、Bが合併することとなった。これらの年金制度の制度内容、人員構成および財政状況を次のとおりとするとき、次の①、②の各問に答えなさい。

<制度内容>

- ・ 給付水準以外の給付設計はAとBで同じであり、合併後も変更しない
- ・ Bの給付水準はAの給付水準の2倍である
- ・ A、Bともに財政方式は加入年齢方式を採用しており、計算基礎率も等しく、これらは合併後も変更しない
- ・ A、Bともに、保険料と給付は給与比例で年1回期初払いであり、合併後も変更しない

<人員構成>

- ・ Bの被保険者数および給与総額はAの30%であり、また、AとBの被保険者の年齢構成、加入期間構成、給与構成は等しい(すなわち、AとBは規模が異なるだけで、被保険者構成は等しい)
- ・ A、Bともに年金受給権者は存在しない

<財政状況>

- ・ Aの積立金は0ではなく、Bの積立金はAの積立金の60%である
- ・ Aの未積立債務は、Aの積立金の70%である
- ・ A、Bともに、特別保険料率は、合併直前における給与総額がその後も一定の前提で、10年間の元利均等償却により未積立債務の償却が完了する率である

- ① 合併前における「Aの特別保険料率÷Bの特別保険料率」は $\boxed{a}$ 、 $\boxed{b}$ 、 $\boxed{c}$ となる。空欄aからcまでのそれぞれに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、計算結果は小数点以下第3位を四捨五入して算定しなさい。
- ② 合併後の給付水準は合併前のAの給付水準の $(1+k)$ 倍(ただし $0 < k < 1$)とし、Aの被保険者については過去の加入期間と将来の加入期間ともに給付を $(1+k)$ 倍に引き上げ、Bの被保険者については過去の加入期間と将来の加入期間ともに給付を $(1+k)/2$ 倍に引き下げることを検討する。合併後の特別保険料率を、合併直後の給与総額がその後も一定の前提で、10年間の元利均等償却により未積立債務の償却が完了する率として設定する。このとき、合併後の特別保険料率が合併前の両制度の特別保険料率の平均値「 $(Aの特別保険料率 + Bの特別保険料率) \div 2$ 」を上回らないような最大の k を求めると、 $0.\boxed{d}\boxed{e}$ となる。空欄d、eに当てはまる数字を解答欄にマークしなさい。なお、計算結果は小数点以下第3位を切り捨てて算定しなさい。

余白ページ

問題 3. 次の (1)、(2) は脱退時に一時金を支払う制度に関する記述である。①～④について、最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、解答にあたり同じ選択肢を複数回選択してもよい。また、記号は (1)、(2) のそれぞれで定義している。

(16 点)

[(1) の記号の意味]

x_r	定年年齢
b_x	給与指数
${}_tV_x$	x 歳で加入し、 t 年経過した被保険者における給与 1 に対する責任準備金
l_{x+t}	x 歳で加入した被保険者の t 年経過した時点における残存者数
d_{x+t}	x 歳で加入した被保険者の t 年経過した時点から 1 年間における脱退者数 (d_{x_r-1} は定年退職による脱退者を含む)
$\alpha_{t+\frac{1}{2}}$	t 年経過した時点から 1 年間の脱退者に支払う給与 1 に対する給付率 (年央の給付を想定)
P_x	x 歳で加入した被保険者における給与 1 に対する保険料率 (年初の払い込みを想定)
i	予定利率 ($v = \frac{1}{1+i}$)

(1) 脱退・昇給・保険料の払い込み・給付の支払いを 1 年単位で考える離散的な制度のモデルの給与 1 あたりの責任準備金を求めている。今、モデルとして脱退時に最終給与に比例する給付を支払い、保険料もまた給与比例で積み立てる制度を考える。 x 歳で加入した被保険者が t 年経過した群団の責任準備金は

$$\text{①} \times {}_tV_x = \sum_{k=t}^{x_r-1-x} \text{②} \times \text{③} \times \alpha_{k+\frac{1}{2}} - \sum_{k=t}^{x_r-1-x} \text{④} \times \text{⑤} \times P_x$$

である。これより、

$${}_tV_x = \frac{\left(\sum_{k=t}^{x_r-1-x} \text{②} \times \text{③} \times \alpha_{k+\frac{1}{2}} - \sum_{k=t}^{x_r-1-x} \text{④} \times \text{⑤} \times P_x \right)}{\text{①}} \dots (i)\text{式}$$

となるが、この式の t ($t \leq x_r - 2 - x$)に $t+1$ を代入すると、

$${}_{t+1}V_x = \frac{\left(\sum_{k=t+1}^{x_r-1-x} \text{⑥} \times \text{③} \times \alpha_{k+\frac{1}{2}} - \sum_{k=t+1}^{x_r-1-x} \text{⑦} \times \text{⑤} \times P_x \right)}{\text{⑧}}$$

であり、この式を(i)式を用いて整理すると、

$${}_{t+1}V_x = \frac{\text{①}}{\text{⑧}} \times \frac{\left(\sum_{k=t}^{x_r-1-x} \text{⑥} \times \text{③} \times \alpha_{k+\frac{1}{2}} - \text{⑨} \times \text{⑩} \times \alpha_{t+\frac{1}{2}} - \sum_{k=t}^{x_r-1-x} \text{⑦} \times \text{⑤} \times P_x + \text{⑪} \times \text{①} \times P_x \right)}{\text{①}}$$

$$= \frac{\textcircled{1}}{\textcircled{8}} \times \left(\frac{\textcircled{11} \times \sum_{k=t}^{x_r-1-x} \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times \alpha_{k+\frac{1}{2}} - \textcircled{11} \times \sum_{k=t}^{x_r-1-x} \textcircled{4} \times \textcircled{5} \times P_x}{\textcircled{1}} + \textcircled{12} - \textcircled{13} \times \alpha_{t+\frac{1}{2}} \right)$$

$$= \frac{\textcircled{1}}{\textcircled{8}} \times \left(\textcircled{14} - \textcircled{13} \times \alpha_{t+\frac{1}{2}} \right) \cdots (\text{ii}) \text{式}$$

となる。(ii)式をファクターの公式という。

[①、③、⑤、⑧、⑩の選択肢]

- | | | | |
|---------------------------|---------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| (A) $b_k l_k$ | (B) $b_k d_k$ | (C) $b_{k+1} l_{k+1}$ | (D) $b_{k+1} d_{k+1}$ |
| (E) $b_{x+k} l_{x+k}$ | (F) $b_{x+k} d_{x+k}$ | (G) $b_{x+k+1} l_{x+k+1}$ | (H) $b_{x+k+1} d_{x+k+1}$ |
| (I) $b_{x+k-t} l_{x+k-t}$ | (J) $b_{x+k-t} d_{x+k-t}$ | (K) $b_{x+k-t+1} l_{x+k-t+1}$ | (L) $b_{x+k-t+1} d_{x+k-t+1}$ |
| (M) $b_{x+t} l_{x+t}$ | (N) $b_{x+t} d_{x+t}$ | (O) $b_{x+t+1} l_{x+t+1}$ | (P) $b_{x+t+1} d_{x+t+1}$ |

[②、④、⑥、⑦、⑨、⑪の選択肢]

- | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| (A) v | (B) v^{-1} | (C) $v^{\frac{1}{2}}$ | (D) $v^{\frac{1}{2}-1}$ |
| (E) $v^{\frac{1}{2}+1}$ | (F) v^k | (G) $v^{k+\frac{1}{2}}$ | (H) $v^{k-\frac{1}{2}}$ |
| (I) v^{k+1} | (J) v^{k-1} | (K) $v^{k-\frac{1}{2}-1}$ | (L) $v^{k+\frac{1}{2}+1}$ |
| (M) v^{k-t} | (N) $v^{k+\frac{1}{2}-t}$ | (O) v^{k-t+1} | (P) v^{k-t-1} |
| (Q) $v^{k+\frac{1}{2}-t-1}$ | (R) $v^{k-\frac{1}{2}-t-1}$ | (S) $v^{k+\frac{1}{2}-t+1}$ | |

[⑫、⑭の選択肢]

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| (A) P_x | (B) $-P_x$ | (C) ${}_t V_x$ |
| (D) ${}_t V_x + P_x$ | (E) ${}_t V_x - P_x$ | (F) $(1+i) \times P_x$ |
| (G) $-(1+i) \times P_x$ | (H) $(1+i) \times {}_t V_x$ | (I) $(1+i) \times ({}_t V_x + P_x)$ |
| (J) $(1+i) \times ({}_t V_x - P_x)$ | (K) $(1+i) \times {}_t V_x + P_x$ | (L) $(1+i) \times {}_t V_x - P_x$ |
| (M) ${}_t V_x + (1+i) \times P_x$ | (N) ${}_t V_x - (1+i) \times P_x$ | |

[⑬の選択肢]

- | | | |
|--|--|---|
| (A) $\frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}}$ | (B) $\frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}$ | (C) $(1+i) \times \frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}}$ |
| (D) $(1+i) \times \frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}$ | (E) $(1+i)^{-1} \times \frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}}$ | (F) $(1+i)^{-1} \times \frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}$ |
| (G) $(1+i)^{\frac{1}{2}} \times \frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}}$ | (H) $(1+i)^{\frac{1}{2}} \times \frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}$ | (I) $(1+i)^{-\frac{1}{2}} \times \frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}}$ |
| (J) $(1+i)^{-\frac{1}{2}} \times \frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}$ | | |

[(2) の記号の意味]

x_r	定年年齢
b_x	給与指数
$l_{x+\tau}$	x 歳で加入した被保険者の τ 年経過した時点における残存者数
${}_tS_\tau^{(x)} d\tau$	x 歳で加入した被保険者の時点 t における給与を1とし、時点 τ において微小期間 $d\tau$ に脱退する被保険者の給付額
${}_tB_\tau^{(x)} d\tau$	x 歳で加入した被保険者の時点 t における給与を1とし、時点 τ において微小期間 $d\tau$ に収入される給与額
P_τ	時点 τ における給与1に対する保険料率
δ	利力
$s_\tau^{(x)}$	x 歳加入、 τ 年で脱退した被保険者の、脱退時の給与1に対する給付額
μ_x	脱退力

(2) 次に、脱退・昇給・保険料の払い込み・給付の支払いが連続的（数学的に厳密に言えば微分可能な時間の関数）である制度のモデル（脱退時に最終給与に比例する給付を支払い、保険料も給与と比例で積み立てるモデル）の給与1あたりの責任準備金を求めてみる。

x 歳で加入し t 年経過した被保険者の給与1あたりの責任準備金 ${}_tV_x$ は次の式で表される。

$${}_tV_x = \int_t^{x_r-x} {}_tS_\tau^{(x)} \times \exp(-\delta(\tau-t)) d\tau - \int_t^{x_r-x} P_\tau \times {}_tB_\tau^{(x)} \times \exp(-\delta(\tau-t)) d\tau \cdots \text{(iii)式}$$

さらに、 ${}_tS_\tau^{(x)}$ 、 ${}_tB_\tau^{(x)}$ に関しては、

$${}_tS_\tau^{(x)} d\tau = s_\tau^{(x)} \left(\frac{-dl_{x+\tau}}{l_{x+t}} \right) \times \left(\frac{b_{x+\tau}}{b_{x+t}} \right) = s_\tau^{(x)} \times \left(\frac{l_{x+\tau} b_{x+\tau}}{\boxed{15}} \right) \times \mu_{x+\tau} d\tau \cdots \text{(iv)式}$$

$${}_tB_\tau^{(x)} = \frac{l_{x+\tau} b_{x+\tau}}{\boxed{15}} \cdots \text{(v)式}$$

(iii)式に(iv)式、(v)式を代入して整理すると、

$${}_tV_x = \frac{\exp(\boxed{16})}{\boxed{15}} \int_t^{x_r-x} (s_\tau^{(x)} \mu_{x+\tau} - P_\tau) \times l_{x+\tau} b_{x+\tau} \times \exp(-\delta\tau) d\tau \cdots \text{(vi)式}$$

(vi)式を t で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} {}_tV_x &= \boxed{17} + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\boxed{15}} \right) \times \boxed{15} \times {}_tV_x \\ &+ \left(\frac{\exp(\boxed{16})}{\boxed{15}} \right) \times (\boxed{18} + \boxed{19}) \times \boxed{15} \times \exp(\boxed{20}) \cdots \text{(vii)式} \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\text{⑮}} \right) &= \frac{1}{b_{x+t}} \times \left(\frac{-1}{l_{x+t}^2} \right) \times \frac{dl_{x+t}}{dt} + \frac{1}{l_{x+t}} \times \left(\frac{-1}{b_{x+t}^2} \right) \times \frac{db_{x+t}}{dt} \\ &= \frac{1}{\text{⑮}} \left\{ \frac{d}{dt} (\text{⑳}) - \frac{d}{dt} (\text{㉑}) \right\} \cdots (\text{viii}) \text{式}\end{aligned}$$

となり、また、 $\frac{d}{dt} (\text{㉑}) = \mu_{x+t}$ (脱退力) である。

さらに、 $\frac{d}{dt} (\text{㉒}) = \lambda_{x+t}$ とし、微小時間あたりの昇給率として、「昇給力」なる概念を導入する。

これらを利用して、(viii)式は、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\text{⑮}} \right) = \frac{1}{\text{⑮}} \times (\mu_{x+t} - \lambda_{x+t}) \cdots (\text{ix}) \text{式}$$

(ix)式を(vii)式に代入すると

$$\frac{d}{dt} {}_tV_x = \text{⑰} + \text{⑱} + \text{㉓} + \text{㉔} + \text{㉕} \cdots (\text{x}) \text{式}$$

となる。

ここで、(x)式の構成要素を見てみると、

⑰：保険料の払い込みによって保険料収入現価が小さくなることによる増加

⑱：責任準備金の評価時点が進むことによって、利息による割り戻しが小さくなることによる増加

㉓：脱退による相対的な増加

㉔：昇給による相対的な減少

㉕：支払いによる減少

を意味している。(x)式をティーレの公式という。

[⑮～㉔の選択肢]

(A) $\log b_{x+t}$	(B) $-\log b_{x+t}$	(C) $\log l_{x+t}$	(D) $-\log l_{x+t}$
(E) P_t	(F) $-P_t$	(G) P_τ	(H) $-P_\tau$
(I) δt	(J) $-\delta t$	(K) $\delta \tau$	(L) $-\delta \tau$
(M) $\delta {}_tV_x$	(N) $-\delta {}_tV_x$	(O) $\lambda_{x+t} {}_tV_x$	(P) $-\lambda_{x+t} {}_tV_x$
(Q) $\mu_{x+t} {}_tV_x$	(R) $-\mu_{x+t} {}_tV_x$	(S) $l_{x+t} b_{x+t}$	(T) $-l_{x+t} b_{x+t}$
(U) $l_{x+\tau} b_{x+\tau}$	(V) $-l_{x+\tau} b_{x+\tau}$	(W) $s_t^{(x)} \mu_{x+t}$	(X) $-s_t^{(x)} \mu_{x+t}$
(Y) $s_\tau^{(x)} \mu_{x+\tau}$	(Z) $-s_\tau^{(x)} \mu_{x+\tau}$		

問題 4. A 社および B 社が共同で実施している年金制度（以下、分割前制度）について、年金制度を分割し、A 社と B 社が別々の年金制度を実施することになった。このとき、次の（1）～（3）について、各問の指示に従い解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、計算の過程において、標準保険料率および特別保険料率は小数点以下第 4 位を四捨五入し小数点以下第 3 位まで求めたものを、その他の諸数値については小数点以下第 2 位を四捨五入し小数点以下第 1 位まで求めたものを使用しなさい。

（16 点）

<計算の前提>

- ・分割前制度の財政方式は開放基金方式を採用している
- ・分割後の A 社の年金制度の財政方式は開放基金方式を、分割後の B 社の年金制度の財政方式は加入年齢方式を採用する
- ・保険料は年 1 回期初払いとする
- ・分割前制度の標準保険料率および特別保険料率は制度全体で算定し、特別保険料率は未積立債務を 10 年間の元利均等償却で拠出するものとする
- ・分割前後で計算基礎率は同一のものを使用し、給付内容は変更しない
- ・A 社および B 社の在職中の被保険者の給与合計は毎年一定である

<分割前の諸数値>

項目		分割前	
		A 社	B 社
S^P	年金受給権者の給付現価	300	100
S_{PS}^g	在職中の被保険者の過去の加入期間に対応する給付現価	800	400
S_{FS}^g	在職中の被保険者の将来の加入期間に対応する給付現価	1,000	400
S^f	将来加入が見込まれる被保険者の給付現価	1,200	600
G^a	在職中の被保険者の給与現価	11,000	5,000
G^f	将来加入が見込まれる被保険者の給与現価	16,000	8,000
F	積立金	700	
i	予定利率	2.0%	
$\ddot{a}_{\overline{10} }$	予定利率 2.0% による期初払い 10 年確定年金現価率	9.162	
—	在職中の被保険者の給与合計	800	300

（1）分割前制度について、次の①～③の各問に答えなさい。

① 分割前制度の標準保険料率に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

- (A) 0.020 (B) 0.040 (C) 0.060 (D) 0.080 (E) 0.100
(F) 0.120 (G) 0.140 (H) 0.160 (I) 0.180 (J) 0.200

② 分割前制度の A 社の責任準備金の額に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 1,100 | (B) 1,120 | (C) 1,140 | (D) 1,160 | (E) 1,180 |
| (F) 1,200 | (G) 1,220 | (H) 1,240 | (I) 1,260 | (J) 1,280 |

③ 分割前制度の A 社が拠出する年間特別保険料に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 0 | (B) 8 | (C) 16 | (D) 24 | (E) 32 |
| (F) 40 | (G) 48 | (H) 56 | (I) 64 | (J) 72 |

(2) 分割に用いる積立金の配分方法について、分割前制度の A 社の責任準備金と B 社の責任準備金の比で按分した額を、それぞれ分割後の A 社および B 社の年金制度に配分することとする。なお、分割前において A 社、B 社の年金受給権者であった者は、それぞれ分割後の A 社、B 社の年金制度へ移るものとする。このとき、次の①、②の各問に答えなさい。

① 分割後における A 社の未積立債務の額に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| (A) 460 | (B) 510 | (C) 560 | (D) 610 | (E) 660 |
| (F) 710 | (G) 760 | (H) 810 | (I) 860 | (J) 910 |

② 分割後における B 社の未積立債務の額に最も近いものを選択肢の中から 1 つ選びなさい。

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| (A) 160 | (B) 180 | (C) 200 | (D) 220 | (E) 240 |
| (F) 260 | (G) 280 | (H) 300 | (I) 320 | (J) 340 |

- (3) 分割に用いる積立金の配分方法について、次に定める方法で配分することとする。なお、分割前においてA社、B社の年金受給権者であった者は、すべて分割後のA社の年金制度へ移るものとする。このとき、次の①、②の各問に答えなさい。

<積立金の配分方法>

- ・まず、分割前制度の積立金のうち両社の年金受給権者の給付現価と同額を分割後のA社の年金制度に配分する
- ・次に、残った積立金を、分割前制度のA社の年金受給権者の給付現価と同額を除いた責任準備金と分割前制度のB社の年金受給権者の給付現価と同額を除いた責任準備金の比で按分し、それぞれ分割後のA社およびB社の年金制度に配分する

- ① 分割後のA社の年金制度について、未積立債務を10年間の元利均等償却で拋出する場合の特別保険料率に最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。

(A) 0.020	(B) 0.050	(C) 0.080	(D) 0.110	(E) 0.140
(F) 0.170	(G) 0.200	(H) 0.230	(I) 0.260	(J) 0.290

- ② 分割後のB社の年金制度について、特別保険料率は未積立債務を定率償却で拋出するものとする。償却割合は初年度を20%とし、毎年10%ずつ引き上げるものとする。このとき、今後計算基礎率どおりに推移した場合の分割後の4年度の標準保険料および特別保険料の合計額として最も近いものを選択肢の中から1つ選びなさい。

(A) 40	(B) 50	(C) 60	(D) 70	(E) 80
(F) 90	(G) 100	(H) 110	(I) 120	(J) 130

以上